

Министерство образования и науки Российской Федерации  
Федеральное агентство по образованию  
Ярославский государственный университет им. П. Г. Демидова

**А. А. Афонин**

# **Квантовая радиофизика**

*Учебное пособие*

*Рекомендовано*

*Научно-методическим советом университета  
для студентов, обучающихся по специальностям  
Радиофизика, Радиофизика и электроника*

Ярославль 2009

УДК 621.38.01:53  
ББК 386я73  
А 94

*Рекомендовано  
Редакционно-издательским советом университета  
в качестве учебного издания. План 2009 года*

Рецензенты:

А. В. Проказников, д-р физ.-мат. наук, вед. науч. сотрудник  
Ярославского филиала Физико-технологического института РАН;  
НПФ "Яр"

**Афонин, А. А.** Квантовая радиофизика: учеб. пособие  
А 94 / А. А. Афонин ; Яросл. гос. ун-т им. П. Г. Демидова. – Ярославль :  
ЯрГУ, 2009. – 100 с.  
ISBN 978-5-8397-0672-9

Учебное пособие «Квантовая радиофизика» подготовлено в соответствии с учебной программой курса «Квантовая радиофизика».

В нём освещаются такие аспекты, как принципы работы и характеристики квантовых генераторов (лазера на розовом рубине, квантовых генераторов радиочастотного диапазона, полупроводниковых лазеров), резонансные явления в атомных структурах. Также рассмотрены устройства управления лазерным излучением и эффекты, на которых они основаны, даются сведения о нелинейных эффектах, используемых в оптических и СВЧ системах.

Предназначено для студентов, обучающихся по специальностям 010800 Радиофизика, 010801 Радиофизика и электроника (дисциплина "Квантовая радиофизика", блок ОПД, ДС), очной и заочной форм обучения.

УДК 621.38.01:53  
ББК 386я73

ISBN 978-5-8397-0672-9

© Ярославский государственный  
университет им. П. Г. Демидова, 2009

# Введение

Электродинамика рассматривает вещество с точки зрения усреднённых параметров, таких как  $\epsilon$ ,  $\mu$ ,  $\sigma$  и др. Они слабо связаны с квантовой природой вещества, и с их помощью невозможно объяснить многие явления.

Квантовая радиофизика – раздел физики, изучающий явления, сопровождаемые излучением и поглощением электромагнитных волн радиочастотного диапазона квантовыми системами: атомами, ядрами, молекулами и более сложными конденсированными системами.

Это и ядерный магнитный резонанс (ЯМР), и квантовый генератор, и космические излучения, обусловленные атомами и молекулами, находящимися в космическом пространстве (ОН, H<sub>2</sub>O, CH<sub>3</sub>ОН и т. д.), и излучение от компактных объектов космоса в радиочастотном диапазоне.

## 1. Теоретические основы квантовой радиофизики

### 1.1. Задача о частице в одномерной бесконечно глубокой потенциальной яме

Изучение квантовой радиофизики начнём с одной из самых простых задач квантовой физики – частица в одномерной бесконечно глубокой потенциальной яме (рис. 1.1).

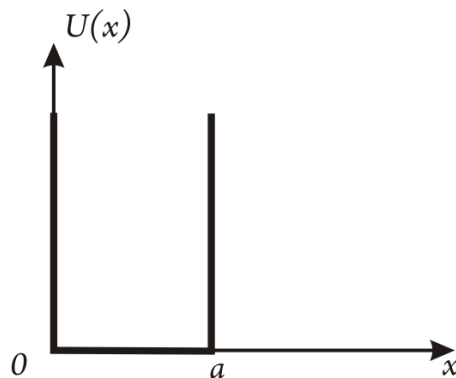


Рис. 1.1. Одномерная бесконечно глубокая потенциальная яма

Запишем уравнение Шрёдингера:

$$i\hbar \frac{\partial \Psi}{\partial t} = \hat{H}\Psi. \quad (1.1.1)$$

Классическая функция Гамильтона выглядит следующим образом:

$$H = \frac{p^2}{2m} + U(x). \quad (1.1.2)$$

Тогда в квантовом виде

$$\hat{H} = \frac{\hat{p}^2}{2m} + \hat{U}(x). \quad (1.1.3)$$

В  $X$ -представлении импульс и координата выражаются так:

$$\begin{cases} \hat{p} = i\hbar \frac{\partial}{\partial x} \\ \hat{x} = x. \end{cases} \quad (1.1.4)$$

Так как на частицу нет воздействия, изменяющегося во времени, то можно записать волновую функцию для стационарного состояния:

$$\psi(x, t) = \psi(x) e^{-i\frac{E}{\hbar}t}. \quad (1.1.5)$$

Подставим (1.1.3 – 1.1.5) в уравнение Шрёдингера и разделим переменные:

$$-\frac{\hbar^2}{2m}\psi_0'' + U(x)\psi_0 = E\psi_0(x). \quad (1.1.6)$$

Учитываем также и граничные условия:

- убывание на бесконечности,
- полная вероятность равна единице.

$$\psi_0'' + \frac{2m}{\hbar^2}(U(x) - E)\psi_0 = 0, \quad (1.1.7)$$

причём внутри ямы  $U(x) = 0$ :

$$\psi_0'' + k^2\psi_0 = 0,$$

$$k^2 = \frac{2m}{\hbar^2}E,$$

$$\psi_0 = A \cos(kx) + B \sin(kx).$$

Получаем условие квантования:  $\sin(ka) = 0$ .

Тогда разрешённые значения  $k$ :

$$k_n = \frac{n\pi}{a}. \quad (1.1.8)$$

Отсюда можно получить уровни энергии такой системы:

$$E_n = \frac{\hbar^2}{2m} \left( \frac{n\pi}{a} \right)^2, \quad n = 1, 2, 3, \dots \quad (1.1.9)$$

Таким образом, получается неэквидистантный спектр энергий.

Теперь можно записать волновую функцию для любой задачи в стационарном состоянии:

$$\psi_n(\vec{r}, t) = \psi_{0n}(\vec{r}, t) e^{-i \frac{E_n}{\hbar} t}. \quad (1.1.10)$$

Именно такая функция удовлетворяет стационарному уравнению Шрёдингера:

$$\hat{H} \psi_{0n} = E_n \psi_{0n}. \quad (1.1.11)$$

В общем же случае состояние системы описывается суперпозицией возможных состояний:

$$\psi = \sum_n a_n \psi_n. \quad (1.1.12)$$

Тогда среднее значение энергии можно определить таким образом:

$$\bar{E} = \sum_n |a_n|^2 E_n. \quad (1.1.13)$$

А вероятность нахождения частицы с энергией  $E_n$

$$P_n = |a_n|^2. \quad (1.1.14)$$

## **1.2. Вероятность квантового перехода из состояния с энергией $\xi_m$ в состояние с энергией $\xi_n$**

Перейдем теперь к рассмотрению более важного для нас случая – квантового перехода из состояния с энергией  $\xi_m$  в состояние с энергией  $\xi_n$  (рис. 1.2).

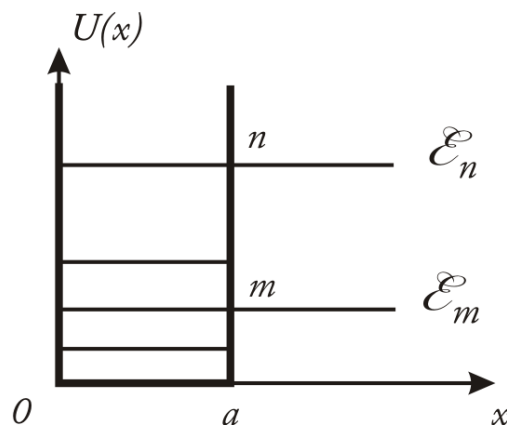


Рис. 1.2. Диаграмма уровней

Для такого перехода потребуется внешнее воздействие на систему.

Пусть при  $t < t_1$  – нет воздействия,  $t_1 < t < t_2$  – происходит воздействие,  $t > t_2$  – нет воздействия.

Тогда функцию воздействия можно записать в таком виде:

$$\Phi(t) = \begin{cases} 0, & t < t_1 \\ U_B(t), & t_1 < t < t_2 \\ 0, & t > t_2. \end{cases} \quad (1.2.1)$$

Переобозначим:  $t_1, t_2 = \tau$ .

Пусть при  $t = 0$  – начальное состояние  $m$ :

$$\psi(\vec{r}, 0) = \psi_m(\vec{r}, 0). \quad (1.2.2)$$

А конечное состояние надо найти. Это будет смешанное состояние.

Запишем уравнение Шрёдингера:

$$i\hbar \frac{\partial \Psi}{\partial t} = \hat{H} \Psi, \quad (1.2.3)$$

где функция Гамильтона должна быть представлена в следующем виде:

$$\hat{H} = \hat{H}_0 + \Phi(t),$$

$$H_0 \Psi_m = E_m \Psi_m.$$

Ищем решение в следующем виде:

$$\psi(\vec{r}, t) = \sum_n a_n(t) \psi_n, \quad (1.2.4)$$

то есть произвольное состояние представляется в виде линейной комбинации, так как набор полный.

Начальное условие:  $a_n(0) = \delta_{nm}$ .

Надо найти конечное состояние:  $a_n(\tau)$ .

$$i\hbar \sum_n \left( \dot{a}_n \Psi_n - i \frac{E_n}{\hbar} a_n \Psi_n \right) = \sum_n \left( \dot{a}_n E_n \Psi_n + a_n \Phi(t) \Psi_n \right). \quad (1.2.5)$$

Сократим

$$i\hbar \sum_n \dot{a}_n \Psi_n = \sum_n a_n \Phi(t) \Psi_n. \quad (1.2.6)$$

Домножим слева на  $\Psi_k^*$  и проинтегрируем по  $dV$ , учитывая условие нормировки:

$$\int \Psi_r^* \Psi_m dV = \delta_{km}.$$

$$i\hbar \dot{a}_k = \sum_n a_n \int \Psi_k^* \Phi(t) \Psi_n dV. \quad (1.2.7)$$

Рассмотрим интеграл отдельно:

$$\int \Psi_k^* \Phi(t) \Psi_n dV = \int \Psi_{0k}^* \Phi(t) \Psi_{0n} e^{-\frac{i}{\hbar}(E_n - E_k)t} dV. \quad (1.2.8)$$

Обозначим:  $\omega_{kn} = \frac{E_k - E_n}{\hbar}$ .

$$U_{kn}(t) = \int \Psi_{0k}^* \Phi(t) \Psi_{0n} dV - \quad (1.2.9)$$

это матричный элемент возмущения.

Таким образом, получаем систему дифференциальных уравнений первого порядка:

$$i\hbar \dot{a}_k = \sum_n U_{kn}(t) e^{i\omega_{kn}t} a_n \quad (1.2.10)$$

Тогда вероятность квантового перехода из одного состояния в другое:

$$P_{mn} = |a_n(\tau)|^2. \quad (1.2.11)$$

Эту задачу можно решить методом малых возмущений, считая  $\Phi(t)$  малым.

При  $n \neq m$ :

$$P_{mn} = \frac{1}{\hbar^2} \left| \int_0^\tau U_{nm}(t) e^{i\omega_{nm}t} dt \right|^2. \quad (1.2.12)$$

Это вероятность перехода  $E_n \rightarrow E_m$ , где  $E_n < E_m$

$$\omega_{nm} \equiv \omega_t > 0.$$

Далее нужно конкретизировать оператор возмущения.

### 1.3. Взаимодействие электромагнитного поля с веществом

Рассмотрим классическое поле: много фотонов в одном состоянии.

$$E = \sum_{\vec{k}, \alpha} N_{\vec{k}, \alpha} \hbar \omega(k), \quad (1.3.1)$$

где  $\vec{k}$  – волновой вектор,

$\alpha$  – поляризация,

$N_{\vec{k}, \alpha}$  – число фотонов с данным волновым вектором и поляризацией.

Пусть есть большой резонатор в виде параллелепипеда со сторонами  $A$ ,  $B$  и  $C$ .

$$\begin{aligned} k_x &= \frac{2\pi n_x}{A}, \\ k_y &= \frac{2\pi n_y}{A}, \\ k_z &= \frac{2\pi n_z}{A}; \end{aligned} \quad (1.3.2)$$

$$\Delta n = \Delta n_x \Delta n_y \Delta n_z = ABC \frac{\Delta k_x \Delta k_y \Delta k_z}{(2\pi)^3}. \quad (1.3.3)$$

Запишем в сферических координатах:

$$\Delta n = V \frac{k^2 \Delta k \Delta \Omega}{(2\pi)^3}, \quad (1.3.4)$$

где  $V$  – объём резонатора.

Тогда

$$n = 4\pi \int_0^{\omega/c} \frac{k^2 dk}{(2\pi)^3} = \frac{1}{6\pi^2} \left( \frac{\omega}{c} \right)^3 - \quad (1.3.5)$$

число состояний в единице объёма при заданной частоте.

$A$  число фотонов в данном состоянии:

$$N_{\vec{k}, \alpha} = \frac{\varepsilon_0 \vec{E}^2 + \mu_0 \vec{H}^2}{2\hbar\omega^4} \frac{6\pi^2 c^3}{1}. \quad (1.3.6)$$

Отсюда можно найти границу напряжённости поля, при которой его можно считать классическим при заданной частоте.

Оценим эту величину.

$$\lambda = 1 \text{ мм},$$



$$\omega = \frac{2\pi c}{\lambda} \approx 2 \cdot 10^{12} \text{ рад/с}.$$

Поле классическое, если  $N_{k,\alpha} \gg 1$ .

Тогда классическим при заданной частоте можно считать поле:

$$E \sim \left( \frac{\hbar \omega^4}{\varepsilon_0 c^3 3\pi^2} \right)^{1/2} \approx 0,5 \left( \frac{B}{M} \right).$$

### 1.4. Электродипольное взаимодействие

Пусть на квантовую систему воздействует классическое поле:

$$\vec{E} = \vec{E}_0 \cos(\omega t - kr). \quad (1.4.1)$$

Так как  $kd = \frac{2\pi}{\lambda} d \ll 1$ , то

$$\vec{E} = \vec{E}_0 \cos(\omega t).$$

Если вещество не заряжено:

$U$  – потенциальная энергия взаимодействия,

$$U = -\vec{d}\vec{E},$$

где  $\vec{d}$  – дипольный момент.

$$\vec{d} = -\sum_n e_n \vec{r}_n,$$

где  $\vec{r}_n$  – радиус-вектор из центра масс системы.

Введём оператор взаимодействия:  $\hat{d}$ .

Тогда

$$U = -\left( \hat{d}\vec{E}_0 \right) \cos(\omega t). \quad (1.4.2)$$

Вероятность квантового перехода  $E_n \rightarrow E_m$ .

$$P_{mn} = \frac{1}{\hbar^2} \left| \int_0^\tau U_{nm}(t) e^{i\omega_{nm}t} dt \right|^2 \quad (1.4.3)$$

$$\omega_{nm} = \frac{E_n - E_m}{\hbar},$$

а амплитуда перехода:

$$a(\tau) = -\frac{i}{\hbar} \left| \int_0^\tau U_{nm}(t) e^{i\omega_{nm}t} dt \right|^2. \quad (1.4.4)$$

Вычислим  $a(\tau)$  при  $U$  в виде (1.4.2):

$$U_{nm} = \int \Psi_n^* U \Psi_m dV = \int \Psi_n^* \hat{d} \Psi_m dV (-E_0 \cos(\omega t)), \quad (1.4.5)$$

где

$$\int \Psi_n^* \hat{d} \Psi_m dV = \vec{d}_{nm} - \quad (1.4.6)$$

матричный элемент дипольного момента.

Матрица, состоящая из таких элементов, связана с вероятностью переходов между состояниями. Переход на данный уровень запрещён, если для него некоторый элемент равен нулю.

Подставляя (1.4.5) в (1.4.4), получаем

$$a(\tau) = -\frac{i\vec{d}_{nm}E_0}{2\hbar} \int_0^\tau \cos(\omega t) e^{i\omega_{nm}t} dt.$$

Разложим косинус на экспоненты, тогда

$$a(\tau) = -\frac{i\vec{d}_{nm}E_0}{2\hbar} \left( \frac{e^{i(\omega+\omega_{nm})\tau} - 1}{i(\omega+\omega_{nm})} + \frac{e^{i(-\omega+\omega_{nm})\tau} - 1}{i(-\omega+\omega_{nm})} \right).$$

Домножим на мнимую единицу:

$$a(\tau) = -\frac{\vec{d}_{nm}E_0}{2\hbar} \left( \frac{1 - e^{i(\omega_{nm}+\omega)\tau}}{(\omega_{nm}+\omega)} + \frac{1 - e^{i(\omega_{nm}-\omega)\tau}}{(\omega_{nm}-\omega)} \right). \quad (1.4.7)$$

Вычислим вероятность перехода при поглощении кванта. То есть надо рассмотреть второе слагаемое.

Получаем вероятность адсорбции (поглощения):

$$P_{mn}^a = \frac{|\vec{d}_{nm}\vec{E}_0|^2 \sin^2\left((\omega_{nm}+\omega)\frac{\tau}{2}\right)}{\hbar^2 (\omega_{nm}+\omega)^2}. \quad (1.4.8)$$

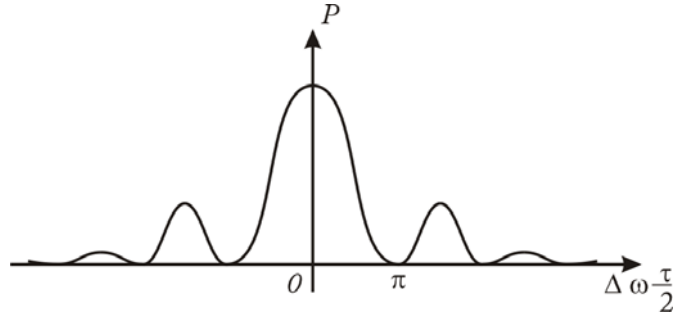


Рис. 1.3. Вероятность перехода

А вероятность индуцированного испускания, то есть вероятность квантового перехода с испусканием кванта излучения под внешним воздействием, получаем из первого слагаемого:

$$P_{nm}^e = \frac{|\vec{d}_{nm} \vec{E}_0|^2}{\hbar^2} \frac{\sin^2\left((\omega_{nm} - \omega)\frac{\tau}{2}\right)}{(\omega_{nm} - \omega)^2}. \quad (1.4.9)$$

Таким образом, вероятность адсорбции равна вероятности индуцированного испускания (рис. 1.4):

$$P_{mn}^a = P_{nm}^e. \quad (1.4.10)$$

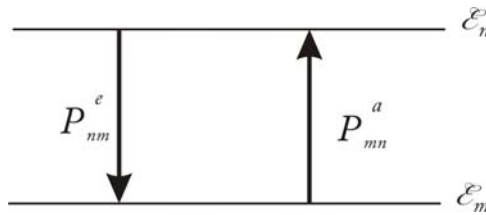


Рис. 1.4. Вероятности адсорбции и вынужденного испускания

А вероятность перехода в максимуме:

$$P_{nm}^{\max} = \frac{\vec{d}_{nm} \vec{E}_0}{\hbar^2} \frac{\tau}{4} \quad (1.4.11)$$

(это выражение верно, если  $P_{nm}^{\max} \ll 1$ ).

### 1.5. Вероятность перехода в случае немонахроматической волны

Запишем вероятность перехода через плотность энергии.

Плотность энергии для плоской электромагнитной волны:

$$W = \frac{1}{2} \varepsilon_0 \vec{E}_0^2. \quad (1.5.1)$$

Тогда вероятность перехода через плотность энергии ( $\omega_{nm} \equiv \omega_t$ ):

$$P_{nm} = \frac{2|\vec{d}_{nm}\vec{n}_E|^2}{\varepsilon_0\hbar^2} W \frac{\sin\left((\omega_t - \omega)\frac{\tau}{2}\right)}{(\omega_t - \omega)^2}. \quad (1.5.2)$$

До этого мы рассматривали монохроматическую волну. Теперь рассмотрим поле в виде плоской электромагнитной волны, но с определённым частотным спектром.

Тогда нужно перейти:

$$W \rightarrow \frac{P}{\partial W} d\omega = \rho(\omega)d\omega, \quad (1.5.3)$$

где  $\rho(\omega)$  – объемная плотность энергии в единичной полосе частот.

$$dP_{nm} = \frac{2|\vec{d}_{nm}\vec{n}_E|^2}{\varepsilon_0\hbar^2} \rho(\omega) \frac{\sin^2\left((\omega_t - \omega)\frac{\tau}{2}\right)}{(\omega_t - \omega)^2} d\omega. \quad (1.5.4)$$

Проинтегрируем:

$$P_{nm} = \frac{2|\vec{d}_{nm}\vec{n}_E|^2}{\varepsilon_0\hbar^2} \int_0^\infty \rho(\omega) \frac{\sin^2\left((\omega_t - \omega)\frac{\tau}{2}\right)}{(\omega_t - \omega)^2} d\omega. \quad (1.5.5)$$

Рассмотрим отдельно функцию, описывающую резонанс:

$$g(\Delta\omega, \tau) = \frac{\sin^2\left(\Delta\omega\frac{\tau}{2}\right)}{(\Delta\omega)^2}. \quad (1.5.6)$$

Нули этой функции достигаются при

$$\Delta\omega_k = \frac{2\pi k}{\tau}.$$

Если  $\tau \rightarrow \infty$ , то нули стягиваются к центру и функция быстро падает и становится подобной  $\delta$ -функции.

Надо отнормировать:

$$\lim_{\tau \rightarrow 0} (g(\Delta\omega, \tau)) = A\delta(\Delta\omega),$$

тогда

$$g(\Delta\omega, \tau) \approx \frac{\pi}{2} \tau \delta(\Delta\omega). \quad (1.5.7)$$

Подставим в (1.5.5). И тогда при  $\tau \rightarrow \infty$  :

$$P_{nm} = \frac{\pi |\vec{d}_{nm} \vec{n}_E|^2}{\varepsilon_0 \hbar^2} \rho(\omega_t) \tau. \quad (1.5.8)$$

Видно, что вероятность пропорциональна времени взаимодействия  $\tau$ .

Тогда можно ввести вероятность перехода в единицу времени:

$$p_{nm} \equiv \frac{P_{nm}}{\tau}. \quad (1.5.9)$$

## 1.6. Взаимодействие теплового излучения с квантовой системой

Рассмотрим абсолютно черное тело. Известно, что его свойства:

- широкий спектр излучения и поглощения;
- излучение неполяризованное;
- поле можно представить в виде совокупности когерентных плоских волн, распространяющихся в трёх взаимно перпендикулярных направлениях:

$$\rho_x = \rho_y = \rho_z = \frac{1}{3} \rho_{nl}.$$

Тогда в качестве плотности энергии нужно взять плотность энергии Планка.

$$\rho_{nl}(\omega, T) = \frac{\hbar \omega^3}{\pi^2 c^3} \cdot \frac{1}{e^{\frac{\hbar \omega}{kT}} - 1}. \quad (1.6.1)$$

Вероятность перехода в тепловом излучении:

$$P_{nm} = \frac{\pi |\vec{d}_{nm}|^2}{3 \varepsilon_0 \hbar^2} \rho_{nl}(\omega_t) \tau. \quad (1.6.2)$$

## 1.7. Спонтанное излучение

В параграфе 1.4 были рассмотрены два вида переходов – адсорбция и индуцированное испускание. Но существует ещё и третий вид перехода – спонтанное излучение.

Рассмотрим совокупность частиц, находящихся в термодинамическом равновесии с окружающей средой. Проследим за каким-либо уровнем (рис. 1.6).

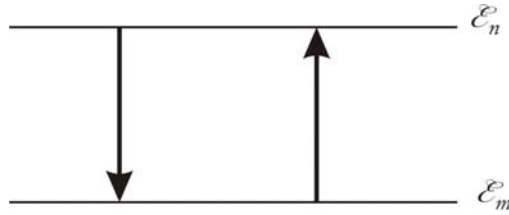


Рис. 1.5. Схема переходов

Рассмотрим количество частиц, находящихся в состоянии с индексом  $n$ . Тогда число частиц, уходящих с уровня  $n$  в единицу времени:

$$\frac{dN_n}{dt} = -AN_n - B\rho(\omega)N_n + C\rho(\omega)N_m, \quad (1.7.1)$$

$A$  – вероятность спонтанного перехода в единицу времени,

$B$  – вероятность индуцированного испускания в единицу времени,

$C$  – вероятность резонансного поглощения в единицу времени.

По условию термодинамического равновесия число переходов с нижнего уровня на верхний и наоборот должно быть одинаково:

$$\frac{dN_n}{dt} = 0. \quad (1.7.2)$$

Отсюда

$$\frac{A}{C\rho} + \frac{B}{C} = \frac{N_m}{N_n}.$$

А так как система находится в состоянии термодинамического равновесия, то это отношение подчиняется соотношению Больцмана:

$$\frac{N_m}{N_n} = e^{\frac{E_n - E_m}{kT}} = e^{\frac{\hbar\omega_l}{kT}}.$$

Тогда

$$\frac{A\pi^2 c^3 \left( e^{\frac{\hbar\omega_l}{kT}} - 1 \right)}{C\hbar\omega_l^3} + \frac{B}{C} = e^{\frac{\hbar\omega_l}{kT}},$$

и это соотношение должно выполняться при любой температуре.

Отсюда получаем соотношения Эйнштейна:

$$\frac{B}{C} = 1, \quad (1.7.3)$$

$$\frac{A}{C} = \frac{\hbar \omega_i^3}{\pi^2 c^3}. \quad (1.7.4)$$

Первое соотношение соответствует тому, что было определено в параграфе 1.4: вероятность индуцированного испускания равна вероятности резонансного поглощения. А из второго можно найти вероятность спонтанного излучения в единицу времени:

$$A = \frac{\omega_i^3}{\pi c^3} \frac{|\vec{d}_{nm}|^2}{3\varepsilon_0 \hbar}. \quad (1.7.5)$$

Проследим за спонтанным переходом:

$$dN_n = -AN_n dt,$$

$$N_n(t) = N_n(0)e^{-At},$$

то есть за время  $\tau_s = 1/A$  число частиц на уровне  $n$  убывает в  $e$  раз. Эту величину называют временем релаксации:

$$\tau_s = \frac{3\varepsilon_0 \hbar \pi c^3}{\omega_i^3 |\vec{d}_{nm}|^2}. \quad (1.7.6)$$

Оценим это время. Рассмотрим для этого два случая.

1. Оптический переход

$$E_n - E_m \sim 1 \text{ эВ}$$

$$\omega \sim 10^{15} \text{ с}^{-1}$$

$$d \sim e a$$

$$a \sim 1 \text{ \AA} = 10^{-8} \text{ см.}$$

Тогда

$$\tau_s \approx 10^{-6} \text{ с.}$$

2. Переход в радиочастотной области

$$\omega \sim 10^9 \text{ с}^{-1}$$

$$\tau_s \approx 10^{12} \text{ с.}$$

Таким образом, в радиочастотной области получаем метастабильный уровень. И это одна из причин различия в конструкции оптического и радиочастотного квантовых генераторов, которые будут рассмотрены в следующих главах.

## 1.8. Условие существования излучения в квантовой системе

Найдём теперь условие, при котором квантовая система будет излучать. Это требуется в дальнейшем при изучении различных конструкций квантовых генераторов.

Пусть система находилась в термодинамическом равновесии. В момент времени  $t = 0$  включили внешнее поле. Проследим за изменением количества частиц в состояниях с номером  $n$  и  $m$  (рис. 1.6).

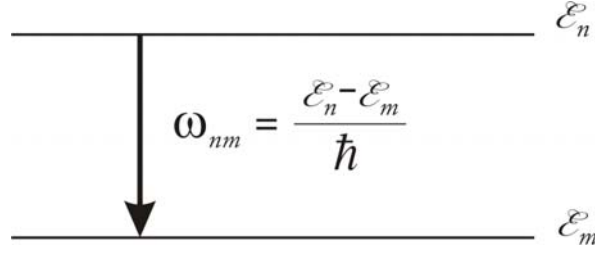


Рис. 1.6. Схема вынужденного перехода

$t = 0$ :

$$N_n(0), \quad (1.8.1 \text{ а})$$

$$N_m(0). \quad (1.8.1 \text{ б})$$

$t \neq 0$ :

$$N_n(t) = N_n(0) + N_m(t)P_{mn}(t) - N_n(t)P_{nm}(t), \quad (1.8.2 \text{ а})$$

$$N_m(t) = N_m(0) + N_n(t)P_{nm}(t) - N_m(t)P_{mn}(t). \quad (1.8.2 \text{ б})$$

Отношение  $N_n(t) / N_m(t)$  в данном случае уже не подчиняется соотношению Больцмана, так как есть внешнее воздействие.

Найдём поглощаемую и испускаемую энергию и мощность, а отсюда узнаем, что идёт в системе в целом: поглощение или испускание.

Начнём с поглощённой энергии:

$$E_{\text{погл}} = \hbar \omega_t N_m(t) P_{mn}(t). \quad (1.8.3)$$

В линейном приближении достаточно взять  $N_m(t) \approx N_m(0)$

$$E_{\text{погл}} \approx \hbar \omega_t N_m(0) P_{mn}(t) \quad (1.8.4)$$

$$E_{\text{погл}} \approx \hbar \omega_t N_m(0) \frac{|\vec{d}_{nm} \vec{E}_0|^2}{\hbar^2} \frac{\sin^2\left(\Delta\omega \frac{t}{2}\right)}{(\Delta\omega)^2}. \quad (1.8.5)$$

Найдём мощность:

$$W_{\text{погл}} = \frac{dE_{\text{погл}}}{dt} = \hbar \omega_t N_m(0) \frac{|\vec{d}_{nm} \vec{E}_0|^2}{\hbar^2} \frac{\sin(\Delta\omega t)}{2\Delta\omega}. \quad (1.8.6)$$

Тогда средняя мощность:

$$\overline{W_{\text{погл}}} = \int_0^{\infty} W_{\text{погл}}(t) \varphi(t) dt, \quad (1.8.7)$$



где

$$\phi(t) = \frac{1}{\tau_s} e^{-t/\tau_s} \quad (1.8.8)$$

плотность вероятности прерывания процесса взаимодействия.

Средняя поглощенная мощность:

$$\overline{W_{\text{погл}}} = \hbar \omega_l N_m(0) \frac{\pi}{2} \frac{|\vec{d}_{nm} \vec{E}_0|^2}{\hbar^2} K(\Delta\omega), \quad (1.8.9)$$

где  $K(\Delta\omega)$  – форма спектральной линии.

Аналогично можно найти среднюю излучённую мощность (индуцированное излучение):

$$\overline{W_{\text{изл}}} = \hbar \omega_l N_n(0) \frac{\pi}{2} \frac{|\vec{d}_{nm} \vec{E}_0|^2}{\hbar^2} K(\Delta\omega). \quad (1.8.10)$$

Сравним теперь поглощённую и излучённую мощность:

$$\overline{W_{\text{погл}}} - \overline{W_{\text{изл}}} \sim N_m(0) - N_n(0). \quad (1.8.11)$$

Но в термодинамическом равновесии  $N_m(0) > N_n(0)$ , то есть

$$\overline{W_{\text{погл}}} - \overline{W_{\text{изл}}} > 0. \quad (1.8.12)$$

Таким образом, получаем, что поглощение в системе больше излучения. Но если каким-либо образом возбудить систему (накачать энергию), то при минимальном внешнем воздействии, например внешнем поле, система начнёт излучать.

### **Контрольные вопросы:**

1. Какие типы переходов возможны в квантовой системе?
2. Сформулируйте условие на падающую волну для квантового перехода в случае немонахроматической волны.
3. Физический смысл соотношений Эйнштейна.
4. В чём состоит принципиальное отличие квантовых переходов в оптическом и радиочастотном диапазонах?

## 2. Квантовые генераторы

Существуют квантовые генераторы, излучающие как в оптическом, так и в радиочастотном диапазоне. Схемы их построения сильно отличаются, так как существуют отличия в свойствах излучательных переходов (параграф 1.7). Но, несмотря на то, что первыми по времени были построены устройства, работающие в радиочастотном диапазоне, начинать изучение квантовых генераторов удобнее всего с источника оптического излучения.

### 2.1. Принципы работы лазера

Рассмотрим лазер на розовом рубине. Он был построен в 1961 году.

В состав любого лазера должны входить три элемента:

1. Активная среда (рабочее вещество). Вещество, которое можно приводить в активное состояние.
2. Резонатор. В нём происходит взаимодействие электромагнитного поля с веществом.
3. Устройство накачки энергии в активную среду.

В качестве активного вещества используется кристалл розового рубина. Сам по себе рубин – оксид алюминия  $\text{Al}_2\text{O}_3$ .

Оксид кремния является хорошим диэлектриком и, соответственно, имеет широкую запрещённую зону на энергетической диаграмме. Оттенки красного ему придают примеси хрома  $\text{Cr}^{3+}$ , которые замещают в решётке алюминий. Они же добавляют уровни энергии внутрь запрещённой зоны. Таким образом, мы получаем трёхуровневую систему (рис. 2.1).

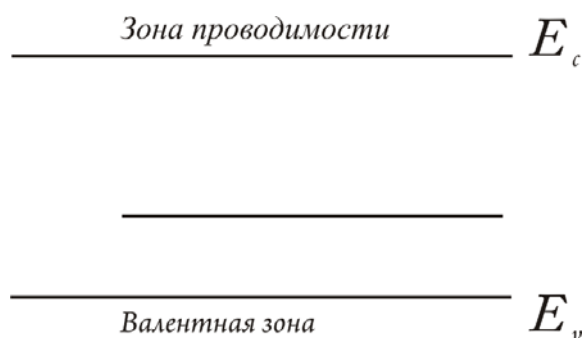


Рис. 2.1. Уровни розового рубина

Рассмотрим более подробно структуру энергетических уровней рубина и возможные переходы, возникающие в нём (рис 2.2).

Поглощение энергии происходит в двух широких полосах, соответствующих длинам волн в областях  $4100 \text{ \AA}$  и  $5100 \text{ \AA}$ . Именно на этих длинах волн осуществляют накачку энергии в активное вещество. Далее происходят безызлучательные переходы на уровень хрома, который является метастабильным, так как время жизни на нём  $\tau_s = 3 \text{ мс}$ . Таким образом, на этом уровне происходит накопление электронов. В какой-

то момент происходит спонтанный сброс одного из электронов с метастабильного уровня на основной. При этом излучается квант, соответствующий длине волны  $\lambda = 6943 \text{ \AA}$ . Пролетая через кристалл, он инициирует сброс остальных электронов с метастабильного уровня на основной. Причём генерируемые таким образом кванты когерентны с первым.

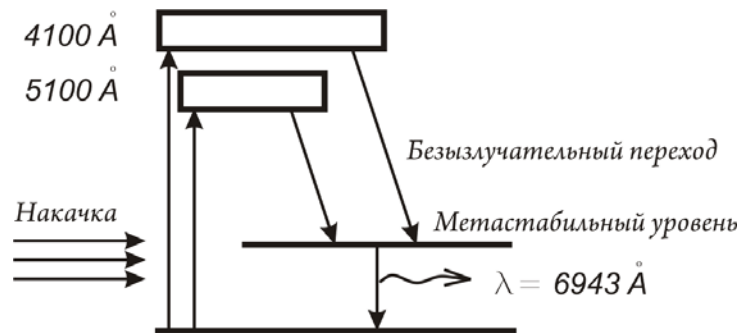


Рис. 2.2. Схема энергетических переходов розового рубина

Физически кристалл рубина (рис. 2.3) представляет собой стержень длиной примерно  $20 \text{ см}$  и диаметром  $1 \text{ см}$ .

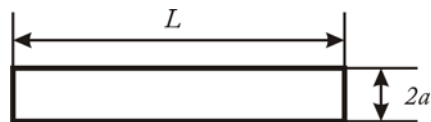


Рис. 2.3. Кристалл рубина

На его торцах делают зеркала путём напыления металла. Таким образом, получается открытый резонатор. Причём одно из зеркал делают с коэффициентом отражения, близким к единице, а другое полупрозрачным, то есть с коэффициентом отражения  $r = 0,95 \div 0,98$ . Именно через второе зеркало происходит вывод полученного излучения.

Накачку осуществляют галогенными лампами (рис. 2.4). Существуют системы с продольной лампой накачки и эллиптическим зеркалом и со спиральной лампой и цилиндрическим зеркалом.

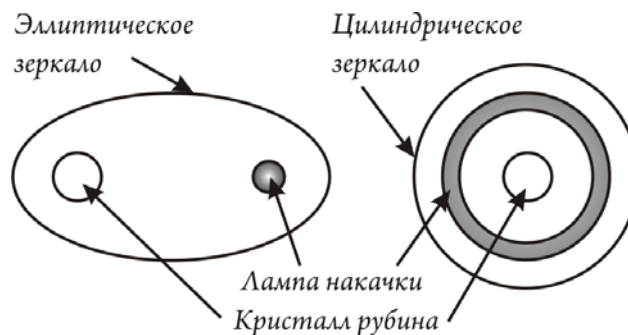


Рис. 2.4. Схемы накачки

Рассмотрим основные свойства такого лазера. Сначала изучим направленность излучения. Для этого найдём угол расходимости луча.

### 2.1.1. Направленность



Рис. 2.5. Угол расходимости

Представим полупрозрачное зеркало, через которое происходит вывод излучения, как антенну с радиусом  $a = 0,5$  см.

Известно, что диаграмма направленности для неё:

$$E(\theta) = E_0 \frac{J_1\left(\frac{2\pi a}{\lambda} \sin(\theta)\right)}{\frac{2\pi a}{\lambda} \sin(\theta)} (1 + \cos(\theta)). \quad (2.1.1)$$

Ширину главного лепестка можно найти из условия:

$$\sin(\theta) = \frac{\lambda}{2\pi a}. \quad (2.1.2)$$

А так как угол  $\theta$  малый, то

$$\theta \approx \frac{\lambda}{2\pi a}.$$

Таким образом, получаем угол расходимости луча:

$$2\theta_0 \approx \frac{\lambda}{\pi a}. \quad (2.1.3)$$

Более точное выражение для угла расходимости луча рубинового лазера:

$$2\theta_0 \approx \frac{1,22\lambda}{a}. \quad (2.1.4)$$

Оценим этот угол. Пусть  $\lambda \approx 0,7$  мкм, тогда угол расходимости  $2\theta_0 \approx 0,01^\circ$ .

### 2.1.2. Резонатор

Теперь рассмотрим подробно резонатор. В нашем случае он является открытым (рис. 2.6).

В нём могут существовать продольные стоячие волны. Для этого должно выполняться известное соотношение: в длину резонатора должно укладываться целое число полуволн:

$$n \frac{\lambda_n}{2} = L. \quad (2.1.5)$$

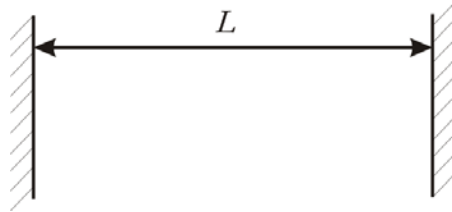


Рис. 2.6. Открытый резонатор

Отсюда допустимые частоты:

$$f_n = \frac{nc}{2L}. \quad (2.1.6)$$

Можно определить ширину расстройки по частоте, обусловленную резонатором:

$$\delta f = f_{n+1} - f_n = \frac{c}{2L}. \quad (2.1.7)$$

Оценим эту величину:

$$L = 10 \text{ см.}$$

Следующая мода:  $n = 10^5 + 1$ .

Тогда величина расстройки:

$$\delta f \approx 1,5 \text{ ГГц.}$$

На нестабильность частоты лазера влияет также и то, что метастабильный уровень обладает некоторой шириной:

$$\frac{1}{\tau} = \Delta\omega_\lambda \approx 330 \text{ ГГц.} \quad (2.1.8)$$

### 2.1.3. Лавина

Рассмотрим теперь подробнее процесс возникновения лавины и придём к условию возникновения генерации в лазере.

В нормальной среде поглощение описывается законом Бугера – Ламберта:

$$I(x) = I_0 e^{-\alpha x}, \quad (2.1.9)$$

где  $\alpha$  – коэффициент поглощения.

Но в нашем случае среда излучает, тогда

$$I(x) = I_0 e^{+\alpha x}, \quad (2.1.10)$$

где  $\alpha$  – коэффициент усиления.

То есть интенсивность волны будет возрастать.

В начальный момент произошёл сброс электрона и излучение кванта света с интенсивностью  $I_0$ , как показано на рисунке 2.7.

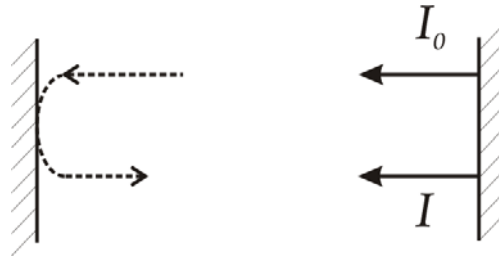


Рис. 2.7. Усиление излучения в активной среде. Образование лавины

Пусть это произошло у зеркала 2. Он пролетает активное вещество, вызывая лавину, что приводит к увеличению интенсивности излучения. Пройдя в активной среде расстояние до зеркала 1 и вернувшись в исходную точку, излучение будет иметь интенсивность  $I$ :

$$I = rI_0 e^{2\alpha x} > I_0. \quad (2.1.11)$$

Условием возбуждения будет:

$$I > I_0.$$

Тогда для коэффициента усиления:

$$\alpha > \frac{1}{2L} \ln\left(\frac{1}{r}\right). \quad (2.1.12)$$

Найдём теперь, чему равен этот коэффициент.

Рассмотрим падение излучения интенсивностью  $I$  на единичную площадку.

Число падающих квантов за единицу времени через единицу площади:

$$N_\omega = \frac{I}{\hbar\omega}. \quad (2.1.13)$$

Тогда коэффициент усиления, записанный через квантовые величины:

$$\alpha = \frac{P_{nm}}{N_\omega} (N_n - N_m), \quad (2.1.14)$$

или по-другому

$$\alpha = \sigma \cdot \Delta N, \quad (2.1.15)$$

где

$$\Delta N = N_n - N_m,$$

$$\sigma \equiv \frac{P_{nm}}{N_{\omega}},$$

$\sigma$  – сечение процесса вынужденного испускания.

Подставляя (2.1.15) в (2.1.12) можно выразить число превышения количества электронов на возбуждённом уровне по сравнению с невозбуждённым уровнем:

$$\Delta N > \frac{1}{2L\sigma} \ln\left(\frac{1}{r}\right). \quad (2.1.16)$$

Это и есть условие генерации лазера.

## 2.2. Квантовый генератор на пучке молекул аммиака

Теперь перейдём к рассмотрению квантовых генераторов радиочастотного диапазона. И первым рассмотрим квантовый генератор на пучке молекул аммиака.

### 2.2.1. Уровни энергии молекулы аммиака

Сначала рассмотрим свойства молекулы аммиака с точки зрения энергетических уровней.

Химическая формула:  $\text{NH}_3$ .

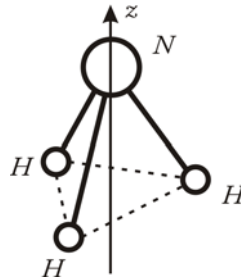


Рис. 2.8. Молекула аммиака

Из рисунка 2.8 видно, что это молекула с выраженной осью симметрии.

Направим ось OZ вдоль оси симметрии, тогда моменты инерции для такой системы:

$$\begin{aligned} I_x &= I_y = I_1 \\ I_z &= I_2. \end{aligned} \quad (2.2.1)$$

Это симметричный волчок, и его энергия:

$$E = \frac{J_x^2 + J_y^2}{2I_1} + \frac{J_z^2}{2I_2} = \frac{\vec{J}^2}{2I_1} + J_z^2 \left( \frac{1}{2I_1} - \frac{1}{2I_2} \right), \quad (2.2.2)$$

где  $J$  – момент импульса.

Если же мы перейдём к квантовому представлению, то необходимо провести замену:

$$J_z \rightarrow \hbar K, \quad K = 0, \pm 1, \pm 2, \pm 3, \dots, \pm J \quad (2.2.3)$$

$$B = \frac{\hbar^2}{2I_1}, \quad (2.2.4)$$

$$C = \frac{\hbar^2}{2I_2}. \quad (2.2.5)$$

Тогда вращательный спектр энергий:

$$E_{ep} = BJ(J+1) + (C-B)K^2. \quad (2.2.6)$$

Причем для молекулы аммиака  $C - B < 0$ , то есть это сплюснутый волчок.

Правила отбора:

$$\begin{aligned} \Delta K &= 0 \\ \Delta J &= \pm 1. \end{aligned} \quad (2.2.7)$$

Кроме этого, в молекуле аммиака существует и более специфическое колебание, а соответственно и ещё один спектр энергии. Это перескок атома азота (N) через плоскость атомов водорода (H-H-H) (рис. 2.9).

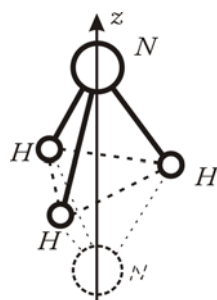


Рис. 2.9. Инверсия в молекуле аммиака

Это происходит следующим образом. Атом азота колеблется с одной стороны относительно плоскости водорода, но при достаточной амплитуде может происходить перескок атома сквозь плоскость водорода на другую сторону. Вот это явление и называют инверсией молекулы аммиака.

Рассмотрим схематично получающийся спектр энергий. Для этого представим три случая.

1. Случай «плоской» молекулы.

В этом случае все три атома находятся в одной плоскости, и мы получаем единый энергетический спектр.



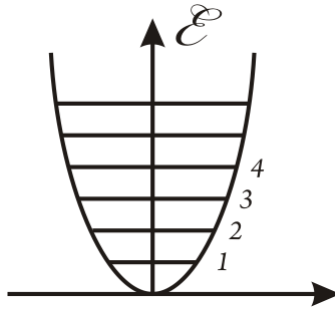


Рис. 2.10. Схема уровней «плоской» молекулы

2. Случай молекулы с бесконечно высоким барьером.

В этом случае считаем, что атом азота не может преодолеть потенциальный барьер, создаваемый в плоскости водорода. Тогда мы имеем два независимых участка спектра.

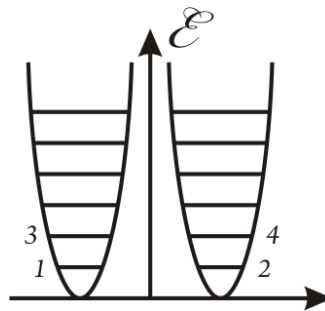


Рис. 2.11. Схема уровней молекулы с бесконечно высоким барьером

3. Реальный случай для молекулы типа молекулы аммиака.

В реальности потенциальный барьер существует, но он имеет конечную высоту. Тогда мы получаем более сложную картину энергетических уровней.

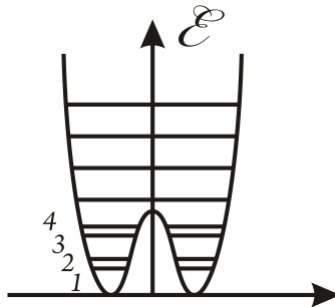


Рис. 2.12. Схема уровней молекулы с барьером конечной высоты

Вид уровней, находящихся выше высоты потенциального барьера, остался подобным первому случаю, а вот уровни, находящиеся ниже, имеют особенности в своем расположении. Это так называемое инверсное расщепление уровней. Для аммиака оно соответствует частоте  $f \approx 24$  ГГц.

Волновые функции, описывающие свойства молекул, находящихся в состоянии, соответствующем верхнему (возбужденному) уровню, являются нечётными:

$$E_a : \Psi_a(z) = -\Psi_a(-z). \quad (2.2.8)$$

А волновые функции, описывающие свойства молекул, находящихся в состоянии, соответствующем нижнему (невозбужденному) уровню, – чётными:

$$E_s : \Psi_s(z) = \Psi_s(-z). \quad (2.2.9)$$

Причём это отличие волновых функций соответствует и отличию во взаимодействии молекул аммиака с электрическим полем. В первом случае молекулы стремятся к минимуму электрического поля, а во втором случае – к максимуму.

Наиболее интенсивная линия  $\text{NH}_3$  соответствует  $J = 3, K = 3$ :

$$f \approx 23870,13 \text{ МГц.}$$

В естественном состоянии концентрация таких молекул максимальна.

### 2.2.2. Устройство квантового генератора на пучке молекул аммиака

При построении квантового генератора на пучке молекул аммиака используются переходы, соответствующие инверсионному спектру. Таким образом, мы можем получить генератор когерентного излучения радиочастотного диапазона ( $f \approx 23870,13 \text{ МГц}$ ).

На рисунке 2.13 изображена схема такого генератора.

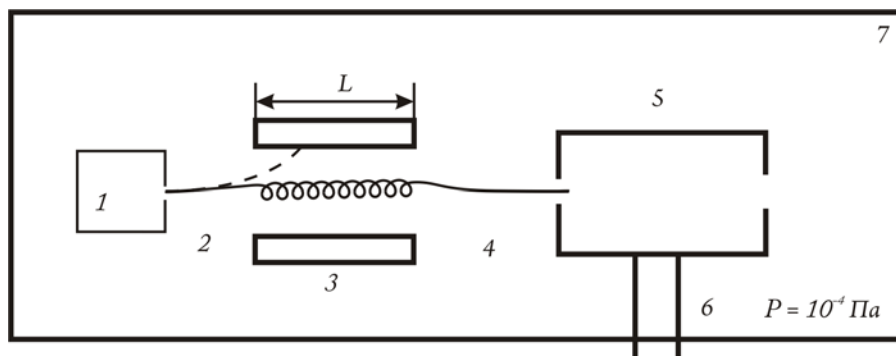


Рис. 2.13. Схема квантового генератора на пучке молекул аммиака

Давление аммиака в источнике:  $P_{\text{NH}_3} = 10 \text{ Па}$ .

Молекулы аммиака из газовой камеры 1 вылетают «поштучно». В потоке 2 их примерно  $10^{18} \text{ шт./с}$ . Этот поток попадает в так называемый квадрупольный конденсатор, который служит разделяющей системой. В поперечном сечении он имеет вид, представленный на рисунке 2.14.

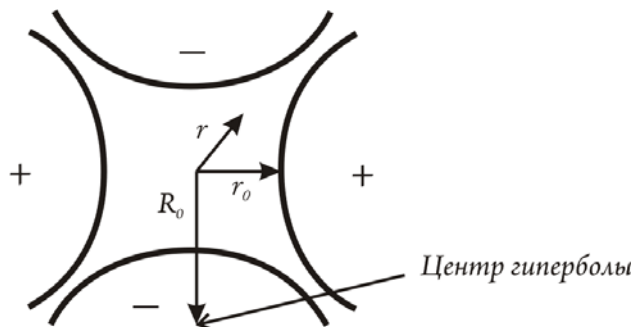


Рис. 2.14. Квадрупольный конденсатор

Напряжение на обкладках конденсатора  $V \approx 20 \div 30$  кВ.

Длина обкладок:  $L \approx 100 \div 150$  мм.

Поле, создаваемое конденсатором, неоднородно:

$$E = \frac{V}{R_0} \frac{r}{r_0}, \quad (2.2.10)$$

$$r_0 \sim 1 \text{ мм.}$$

А потенциальная энергия взаимодействия молекулы аммиака с неоднородным электрическим полем может быть записана таким образом:

$$U^{(1,2)} = \mp \frac{\hbar \omega_t}{2} \left( \sqrt{1 + 4 \frac{|\vec{d}_{1,2} \vec{E}|^2}{(\hbar \omega_t)^2}} - 1 \right). \quad (2.2.11)$$

Учитывая, что в нашем случае

$$(\vec{d}_{1,2} \vec{E}) \ll \hbar \omega_t,$$

можно записать в следующем виде:

$$U^{(1,2)} = \mp \frac{|\vec{d}_{1,2} \vec{E}|^2}{\hbar \omega_t}. \quad (2.2.12)$$

Тогда сила, действующая со стороны поля на пролетающую через конденсатор молекулу аммиака:

$$\vec{F}^{(1,2)} = -\text{grad}U^{(1,2)} = -\vec{\nabla}U^{(1,2)}. \quad (2.2.13)$$

Подставим в уравнение Ньютона:

$$m \frac{d^2 \vec{r}}{dt^2} = -\vec{\nabla}U. \quad (2.2.14)$$

Отсюда находим траекторию движения молекулы:

$$r(t) = r(0)e^{\pm \Omega t} \quad (2.2.15)$$

$$\Omega = \frac{d_{1,2} V}{r_0 R_0} \sqrt{\frac{2}{m \hbar \omega_t}}.$$

То есть молекулы, находящиеся в основном состоянии (на нижнем энергетическом уровне расщепления), будут стремиться к минимуму поля и оседать на стенках конденсатора, а молекулы в возбужденном состоянии (на нижнем энергетическом уровне расщепления) будут стремиться к максимуму электрического поля. Таким обра-

зом, возбуждённые молекулы будут закручиваться вокруг оси симметрии квадрупольного конденсатора и пролетать его насквозь, создавая пучок 4.

В этом потоке будет пролетать уже примерно  $10^{14}$  шт./с молекул аммиака.

Таким образом, мы получили разделительную систему, пропускающую только молекулы аммиака в возбуждённом состоянии, то есть как раз те, которые нам требуются для генерации излучения.

В этом состоит существенное отличие принципов построения квантовых генераторов оптического и радиочастотного диапазонов. Если в первом случае мы сами переводили рабочее вещество в активное состояние, накачивая систему, то во втором случае мы отбираем из всего потока рабочего вещества молекулы, уже находящиеся в возбуждённом состоянии.

Далее молекулы попадают в резонатор 5. В нём возможно существование только определённого набора частот и определённых типов электрических и магнитных волн. Условие на существование стоячей волны:

$$L = n \frac{\lambda_n}{2}. \quad (2.2.16)$$

Для сантиметрового диапазона излучения  $n$  обычно выбирают порядка 1.

Пролетая резонатор, частица взаимодействует с шумовым фоном, и происходит первый переход в основное состояние с выделением кванта радиочастотного излучения. А он уже в свою очередь воздействует на следующие молекулы, проходящие резонатор.

Время пролёта:

$$\tau \approx \frac{L}{v} \approx 2 \cdot 10^{-4} \text{ с}. \quad (2.2.17)$$

Полученная энергия отводится через волновод 6.

### 2.2.3. Условие реализации мазерного излучения в резонаторе

Основным критерием для существования генерации, как это было показано в параграфе 1.8, является превышение мощности излучения над мощностью потерь:

$$P_{\text{излуч}} > P_{\text{пот}}. \quad (2.3.1)$$

Найдём излучаемую мощность.

Пусть в единицу времени в резонатор влетает  $N_0$  частиц. Тогда можно записать:

$$P_{\text{излуч}} = N_0 \hbar \omega_t P_{nm}(t), \quad (2.3.2)$$

где  $\omega$  – частота перехода;

$P$  – вероятность вынужденного перехода;

$\tau$  – время взаимодействия, то есть в нашем случае – время пролёта молекулой резонатора (2.2.17).

Максимальное значение вероятности вынужденного перехода:

$$P_{nm}^{\max} = \frac{|\vec{d}_{nm} \vec{E}_0|^2}{4\hbar^2} \tau^2. \quad (2.3.3)$$

Тогда излучаемая мощность:

$$P_{\text{излуч}} = N_0 \frac{\omega_l}{4\hbar} d_{nm}^2 E_0^2 \tau^2. \quad (2.3.4)$$

Теперь надо найти мощность потерь.

Запишем выражение для добротности нашей системы:

$$Q = \frac{2\pi\varepsilon_{\text{запас}}}{\varepsilon_{\text{теряемая}}}, \quad (2.3.5)$$

где  $\varepsilon_{\text{запас}}$  и  $\varepsilon_{\text{теряемая}}$  – соответственно запасённая и теряемая энергии.

Тогда мощность потерь:

$$P_{\text{пот}} = \frac{\varepsilon_{\text{теряемая}}}{\tau} = \frac{2\pi\varepsilon_{\text{запас}}}{Q} = \frac{\omega_l \varepsilon_{\text{запас}}}{Q}. \quad (2.3.6)$$

При этом энергия, запасённая в резонаторе:

$$\varepsilon_{\text{запас}} = \frac{\varepsilon_0}{2} E_0^2 V, \quad (2.3.7)$$

где  $V$  – объём резонатора.

Подставляем (2.3.5) и (2.3.6) с учётом (2.3.7) в неравенство (2.3.1) и получаем искомое условие на существование мазерного излучения в резонаторе:

$$N_0 > \frac{2\hbar\varepsilon_0 V}{d^2 \tau^2 Q}. \quad (2.3.8)$$

Таким образом, это неравенство показывает, какое количество частиц в возбуждённом состоянии должно влетать в резонатор за секунду, чтобы поддерживать генерацию.

Оценим это число.

Длина резонатора:  $L = 10$  см.

Радиус резонатора:  $R = 1$  см.

Так как резонатор цилиндрический, то его объём:  $V = L \pi R^2$ ;

$\tau = 2 \cdot 10^{-4}$  с

$Q \approx 10^4$

$d \sim e a = 1,6 \cdot 10^{-29}$

$N_0 > 5 \cdot 10^{11}$  молекул/с.

Получаем, что для работы мазера необходим поток возбуждённых молекул аммиака больший, чем  $10^{11}$  шт./с.

А у нас этот поток после разделяющей системы составляет  $10^{14}$  шт./с, что с хорошим запасом удовлетворяет условию возбуждения.

### 2.3. Квантовый генератор на пучке атомов водорода

Рассмотрим ещё один квантовый генератор радиочастотного диапазона – на пучке атомов водорода. Его устройство во многом похоже на устройство генератора на молекулах аммиака.

В этом случае используется так называемый дипольный переход между уровнями сверхтонкой структуры атомов водорода. Это расщепление является следствием взаимодействия магнитного момента ядра атома с внутриатомным магнитным моментом, вызванным орбитальным движением электрона, и соответствует длине волны  $\lambda \approx 21$  см.

На рис. 2.15 представлена схема такого генератора.

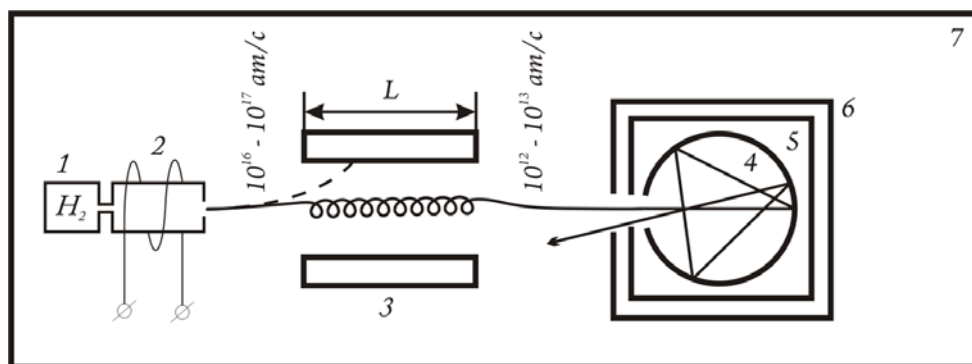


Рис. 2.15. Квантовый генератор на атомах водорода

1 – источник молекул водорода;

2 – система разложения водорода на атомы.

Она состоит из трубок с навитыми на них катушками. В этих каналах при давлении газа порядка  $100$  Па создаётся высокочастотный разряд ( $f \sim 100$  МГц).

Из этой системы вылетает поток атомов водорода  $10^{16} \div 10^{17}$  шт./с. В нём содержатся атомы как в возбуждённом, так и в основном состоянии.

Далее они попадают в сортирующую систему 3. Но, в отличие от мазера на молекулах аммиака, где используется неоднородное электрическое поле, в данном случае необходимо использовать магнитное поле, так как атом водорода обладает только магнитным моментом.

На выходе из этой системы получаем поток атомов водорода в возбуждённом состоянии с концентрацией порядка  $10^{12} \div 10^{13}$  шт./с, который влетает далее в резонатор 5.

Найдём теперь число атомов водорода, пролетающих резонатор, необходимое для поддержания генерации. Оно аналогично тому, что было получено для мазера на молекулах аммиака. Только вместо электрического надо подставить магнитный дипольный момент:

$$N_0 > \frac{2\hbar\varepsilon_0 V}{\mu^2 \tau^2 Q}, \quad (2.3.1)$$

где  $\mu$  – магнитный дипольный момент.

Причём  $\mu \sim 10^{-2} d$ .

Тогда получается, что число атомов водорода в резонаторе должно быть больше того, что получали для молекул аммиака в  $\sim 10^4$  раз, т. е.  $N_0 \sim 5 \cdot 10^{15}$  шт./с.

С помощью реальных расщепительных систем создать такой интенсивный поток атомов водорода невозможно. Значит, надо найти другой способ повышения вероятности переходов при существующем количестве атомов, влетающих в резонатор.

Для этого используют так называемую «накопительную колбу» 4, которую помещают внутрь резонатора 5. Она представляет собой кварцевый сосуд с одним отверстием.

Атомы влетают в колбу и после  $10^4 \div 10^5$  хаотических соударений с её стенками вылетают через то же самое отверстие. Таким образом, время  $\tau_{вз}$  пребывания атомов в резонаторе увеличивается до  $0,5 \div 2$  с. И этого уже достаточно для того, чтобы выполнялось условие поддержания генерации.

Используют цилиндрический резонатор с диаметром, равным его длине. Добротность такого резонатора  $Q \geq 10^4$ .

Так как частота перехода зависит от величины магнитного поля, то резонатор следует поместить в магнитный экран 6, который должен изолировать как от поля сортирующей системы, так и от магнитного поля Земли.

Рассмотрим теперь, какие явления влияют на работу данного генератора.

#### 1. Соударение атомов друг с другом.

Для увеличения вероятности квантового перехода необходимо увеличивать время нахождения атомов в колбе внутри резонатора. Это время пропорционально отношению площадей поверхности колбы и отверстия и может быть выражено следующим образом:

$$\tau = \tau_{п} \frac{S_{к}}{S_{о}}, \quad (2.3.3)$$

где  $\tau_{п}$  – время пролёта;

$S_{к}$  – площадь поверхности колбы;

$S_{о}$  – площадь отверстия.

Т. е. отношение  $S_{о} / S_{к}$  – вероятность вылета атомов из колбы.

Но если в колбе будет содержаться слишком большое количество атомов, то они начнут сталкиваться друг с другом. Это приведёт к квантовым переходам, которые будут давать паразитные частоты в выходном излучении.

#### 2. Упругое соударение атомов со стенками колбы.

Оно влияет на частоту переходов вследствие деформации электронной оболочки атома водорода.

Оценим набег фазы за время соударения:

$$\varphi > \frac{1}{\hbar} \int_{\Delta t} (\delta E_1 - \delta E_0) dt, \quad (2.3.4)$$

где  $\Delta t$  – время соударения;

$\delta E_1$  и  $\delta E_0$  – изменение энергий соответственно верхнего и нижнего уровней.

Для уменьшения деформации применяют покрытие колбы изнутри фторопластом или парафинами. Так, для гидрокарбонных поверхностей и атомов водорода при комнатной температуре набег фазы составляет  $\varphi \sim 10^{-4}$  радиан за одно соударение.

Тогда после  $n$  соударений набег фазы пропорционален  $\sqrt{n}$ :

$$\varphi_{\Sigma} = \varphi \sqrt{n}. \quad (2.3.5)$$

Считается, что полная потеря когерентности возникает при  $\varphi_{\Sigma} \sim 1$ .

Таким образом, это произойдет после  $10^8$  соударений.

3. Возможно поглощение атомов водорода стенками и покрытием колбы.

4. Возможно соединение атомов водорода в молекулу при их столкновении внутри колбы.

5. Уширение спектра также даёт остаточное поле, которое проникает в резонатор сквозь магнитные экраны.

Все эти эффекты в сумме дают уширение основной линии излучения  $\Delta f \approx 0,15$  Гц.

Таким образом, добротность линии составляет:

$$Q_l \approx 10^9.$$

И это гораздо лучше, чем для генератора на пучке молекул аммиака, где добротность:

$$Q_l \approx 10^6.$$

Поэтому на основе квантового генератора на пучке атомов водорода построены многие серийные стандарты частоты.

## 2.4. Цезиевый стандарт частоты и времени

Ещё одним эталоном частоты является цезиевый стандарт частоты. Он работает на пучке основных изотопов атомов цезия:  $^{133}\text{Cs}$  (естественное содержание в природе практически 100%).

Электронная оболочка состоит из пяти заполненных слоёв и одного электрона на внешнем слое.

В таком атоме существует взаимодействие между не скомпенсированным спином электрона и ядром, которое приводит к расщеплению уровня энергии основного состояния на два.

Спин атома:  $I = 7/2$ .

Тогда полный момент количества движения будет выражаться таким образом:

$$F = |I \pm J| -$$



и характеризоваться следующими квантовыми числами:

$$F = I + J = 4,$$

$$F = I - J = 3.$$

Начальное расщепление получившихся уровней соответствует частоте:

$$f = 9192631770 \text{ Гц.}$$

Существует несколько типов устройства цезиевого стандарта частоты. Один из них приведён на рис. 2.16.

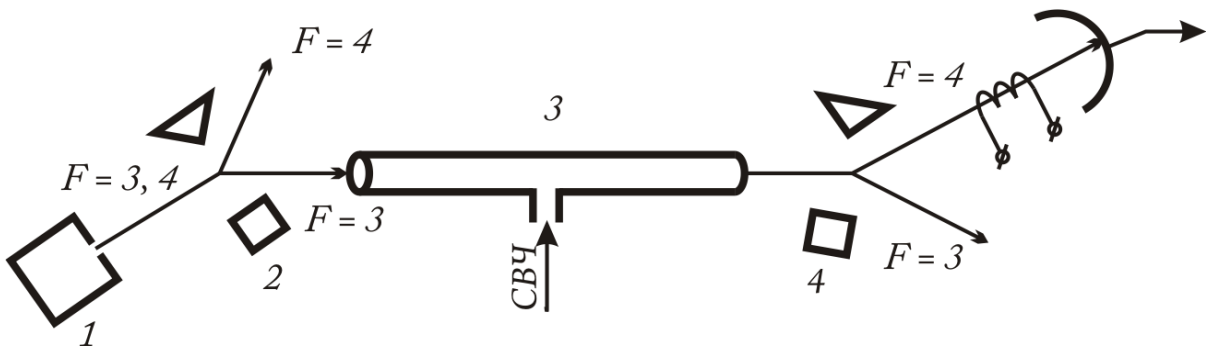


Рис. 2.16. Схема цезиевого стандарта частоты

1 – источник атомов цезия, из которого вылетает пучок невзаимодействующих друг с другом частиц в обоих состояниях ( $F = 3$  и  $F = 4$ ).

2 – первая разделительная система. В ней создаётся неоднородное магнитное поле, которое отделяет атомы с квантовыми числами  $F = 4$  и  $F = 3$ . Первые удаляются в сторону, а вторые проходят дальше и попадают в резонатор 3. В нём происходит взаимодействие атомов цезия со сверхвысокочастотным электромагнитным полем, подаваемым с внешнего генератора. Если частота этого поля совпадёт с частотой расщепления ( $f = 9192631770$  Гц), то в атомах цезия начнут осуществляться переходы между состояниями, характеризующимися квантовыми числами  $F = 4$  и  $F = 3$ .

Таким образом, на выходе резонатора получается пучок атомов цезия опять в двух состояниях. Его подают на вторую разделительную систему 4. В ней вновь происходит отделение атомов с разными квантовыми числами. Пучок, содержащий атомы, характеризующиеся  $F = 3$ , удаляется, а  $F = 4$  подаётся на спиновый детектор.

Получается, что на спиновый детектор попадают те атомы, которые изменили своё состояние под действием внешнего поля СВЧ в резонаторе. И интенсивность потока таких атомов будет тем больше, чем ближе подаваемая частота к частоте перехода между энергетическими уровнями атома цезия.

Рассмотрим подробнее устройство детектора. Он состоит из раскалённой металлической спирали, которой атом должен отдать валентный электрон. После этого он в ионизированном состоянии попадает на пластину коллектора. А сигнал с него уже подаётся на какой-либо усилитель.

Чтобы атом отдал электрон, необходимо, чтобы работа выхода электрона из металла была больше энергии ионизации атома. Энергия ионизации для  $^{133}\text{Cs}$  равна 3,87 эВ. Поэтому нить накала можно делать, например, из вольфрама, для которого ра-

бота выхода равна 4,5 эВ. Следовательно, вероятность ионизации при столкновении атома с нитью спирали стремится к единице.

Так как на величину расщепления влияет магнитное поле, то область взаимодействия атомов цезия с СВЧ-полем должна быть экранирована от внешних магнитных полей.

Ширина основной линии при использовании такой системы:

$$\Delta f_l = 1,4 \frac{\bar{v}}{L}, \quad (2.4.1)$$

где  $\bar{v}$  – средняя скорость атомов;

$L$  – длина области взаимодействия атомов с СВЧ-полем.

Глядя на это выражение, делаем вывод, что можно сужать линию, увеличивая  $L$ . Но тут мы сталкиваемся с проблемой создания однородного поля в пределах области взаимодействия. Существуют уникальные приборы, в которых величина  $L$  достигает нескольких метров, а добротность  $Q_l \approx 10^9$ .

Такая конструкция, в которой используется цилиндрический резонатор, называется устройством на Раби-резонансе.

Другой учёный – Рамзей – показал, что эффективная ширина линии будет меньше, если применить так называемый метод разделения осциллирующих полей. В этом случае взаимодействие атомов с СВЧ-полем происходит только в ограниченном количестве узких областей.

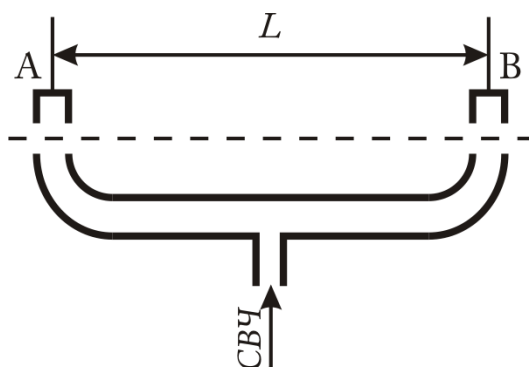


Рис 2.17. Рамзей-резонатор

При этом требование к однородности поля снижается. Оно должно совпадать по величине только в областях взаимодействия.

Для случая Рамзей-резонанса ширина основной линии:

$$\Delta f_l = 0,65 \frac{\bar{v}}{L}. \quad (2.4.2)$$

Так как во всех случаях необходима большая длина пути пучка атомов цезия, то требования к вакуумной системе весьма высоки: внутри кожуха должно поддерживаться давление  $p \sim 10^{-6}$  Па.

Сравним характеристики водородного и цезиевого стандартов частоты.

Водородный стандарт частоты Ч1-46	Цезиевый стандарт частоты Ч1-47
Систематическое относительное отклонение частоты от номинального значения	
$4 \cdot 10^{-11}$	$5 \cdot 10^{-11}$
Относительная погрешность воспроизведения частоты (от включения к включению)	
$3 \cdot 10^{-13}$	-
Относительная случайная вариация частоты	
за 1 с – $1,5 \cdot 10^{-12}$ за 10 с – $3 \cdot 10^{-13}$ за 1 час – $5 \cdot 10^{-14}$ за 1 сутки – $7 \cdot 10^{-14}$	за 1 с – $5 \cdot 10^{-11}$ за 100 с – $2 \cdot 10^{-11}$ за 1 сутки – $2 \cdot 10^{-11}$
Время прогрева	Время установления
4 суток или 2 часа после включения с предвари- тельно прогретой системой термостатиро- вания	2 часа
Масса прибора	
330 кг	36 кг

Это самокалибрующиеся стандарты частоты, то есть это первичные стандарты времени и частоты.

## 2.5. Полупроводниковые лазеры

Рассмотрим теперь ещё один тип квантовых генераторов – полупроводниковые лазеры. Именно этот тип оптических квантовых генераторов получил в последнее время большое развитие. Это связано, в том числе, с массовым внедрением оптических линий связи, где именно их используют в качестве источников сигналов.

### 2.5.1. Зонная структура полупроводника. Условие генерации

Если при рассмотрении устройства квантовых генераторов в предыдущих параграфах мы работали с волновой функцией отдельного атома или молекулы, то в случае использования полупроводников необходимо использовать единую волновую функцию для обобществлённых электронов. Это приводит нас к рассмотрению данной задачи с точки зрения зонной структуры.

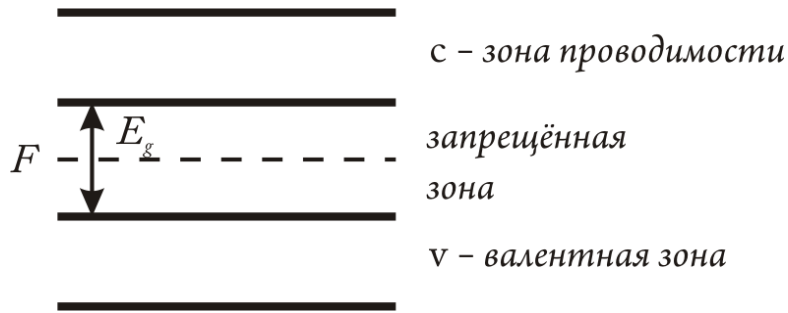


Рис. 2.18. Зонная структура полупроводника

Здесь

$E_c$  – дно зоны проводимости;

$E_v$  – потолок валентной зоны;

$F$  – уровень Ферми;

$E_g$  – ширина запрещённой зоны.

Зоны состоят из большого числа уровней, так как размеры кристалла большие.

Вспомним физический смысл уровня Ферми.

Пусть полупроводник находится в состоянии термодинамического равновесия. Тогда применима статистика Ферми – Дирака для электронов. И вероятность нахождения электронов на уровне с энергией  $E$  можно записать в следующем виде:

$$f(E) = \frac{1}{1 + e^{(E-F)/kT}}. \quad (2.5.1)$$

Пусть температура  $T \rightarrow 0$ , тогда

$$f(E > F) = 0,$$

$$f(E < F) = 1.$$

Таким образом, уровень Ферми – это уровень, ниже которого все энергетические состояния заполнены, а выше – пусты при  $T \rightarrow 0$ . При других температурах граница, конечно же, получается «размытой».

Как и в предыдущих случаях, для получения излучения необходимо каким-либо способом вывести систему из состояния равновесия. То есть надо забросить электроны из валентной зоны в зону проводимости.

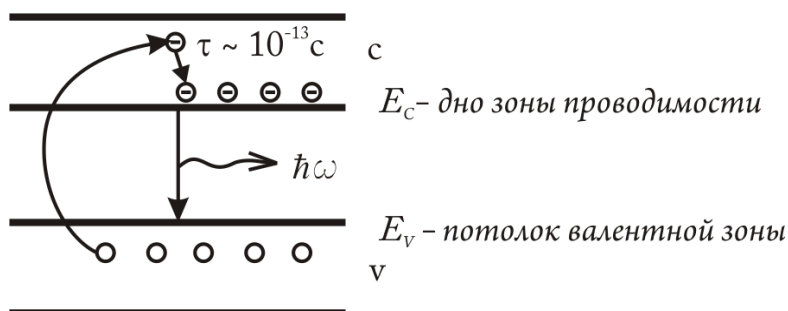


Рис. 2.19. Схема переходов в полупроводнике

За короткое время  $\tau \sim 10^{-13}$  с электрон спустится ко дну зоны проводимости. Время жизни в этой области существенно больше и составляет  $\tau \sim 10^{-8}$  с. Таким образом, получаем метастабильный уровень, на котором происходит накопление электронов. За это время происходит спонтанный переход с генерацией кванта излучения. А дальше, пролетая через полупроводник, этот квант будет вызывать вынужденные переходы других электронов. И мы получим лавину. Из этой же энергетической диаграммы видно, что частота излучаемого кванта будет соответствовать ширине запрещённой зоны:

$$\hbar\omega = E_g. \quad (2.5.2)$$

Итак, мы накачали энергию в полупроводник. В этом случае зонная структура будет выглядеть так, как показано на рис. 2.20.

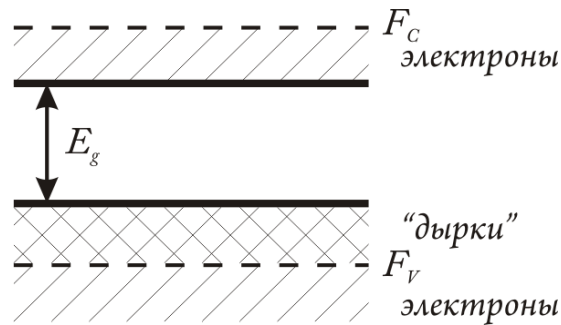


Рис. 2.20. Зонная структура полупроводника в случае накачанной энергии

Вспоминая определение уровня Ферми, можно ввести понятие квазиуровней Ферми для электронов и для дырок.

Тогда вероятность нахождения электронов с энергией  $E$  в зоне проводимости можно записать так:

$$f_c(E) = \frac{1}{1 + e^{(E-F_c)/kT}}. \quad (2.5.3)$$

А для дырок в валентной зоне:

$$f_v(E) = \frac{1}{1 + e^{-(E-F_v)/kT}}. \quad (2.5.4)$$

Найдём теперь условие генерации.

Как мы уже знаем, генерация будет, если число актов вынужденного испускания больше числа актов поглощения.

Число актов вынужденного испускания фотонов:

$$N_e \sim P_{cv} f_c(E_1) f_v(E_2), \quad (2.5.5)$$

где  $E_1 - E_2 \approx E_g$ .

Число актов поглощения:

$$N_a \sim P_{vc} (1 - f_v(E_2))(1 - f_c(E_1)). \quad (2.5.6)$$

Для получения генерации в системе должно выполняться неравенство:

$$N_e > N_a. \quad (2.5.7)$$

Учитывая, что вероятность адсорбции равна вероятности вынужденного испускания ( $P_{vc} = P_{cv}$ ), получаем следующее выражение:

$$f_c(E_1)f_v(E_2) = (1 - f_v(E_2))(1 - f_c(E_1)). \quad (2.5.8)$$

Подставим в него (2.5.3) и (2.5.4). Тогда

$$e^{[(E_1 - E_2) + (F_v - F_c)]/kT} < 1. \quad (2.5.9)$$

Логарифмируем и получаем такое неравенство:

$$(E_1 - E_2) + (F_v - F_c) < 0, \quad (2.5.10)$$

или по-другому:

$$(F_c - F_v) > (E_1 - E_2) = \hbar\omega. \quad (2.5.11)$$

Это и есть условие генерации полупроводникового лазера.

### 2.5.2. Полупроводниковый лазер на гомо-p-n-переходе

Первый полупроводниковый лазер был создан на так называемом гомо-p-n-переходе, то есть переходе между полупроводниками, состоящими из одного и того же вещества, но легированного разными примесями. При этом используют вырожденные полупроводники.

Рассмотрим, что же называют такими полупроводниками.

При легировании полупроводника примесями уровень Ферми смещается в зависимости от её вида. Если при этом уровень Ферми поднимается ближе к зоне проводимости, то получается донорный полупроводник (n-тип). Это, например, можно сделать, добавляя атомы теллура (Te). Если же уровень Ферми опускается к валентной зоне, то получается акцепторный полупроводник (p-тип). Для этого можно использовать, например, атомы германия (Ge).

Но если концентрация примеси превысит  $10^{18}$  атомов на кубический сантиметр, то уровень Ферми выйдет за пределы запрещённой зоны и попадёт внутрь зоны проводимости для вырожденного полупроводника n-типа и внутрь валентной зоны для вырожденного полупроводника p-типа.

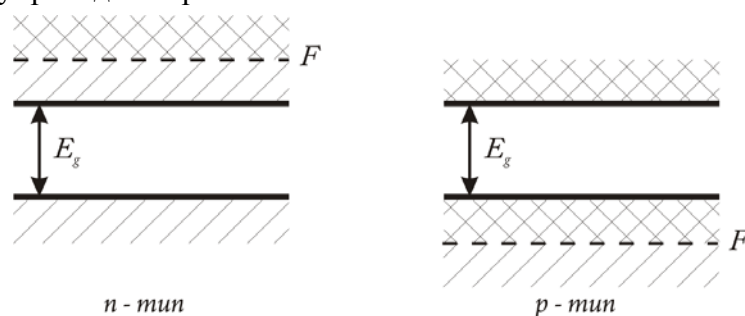


Рис. 2.21. Зонная структура вырожденных полупроводников

Теперь рассмотрим р-п-переход между такими вырожденными полупроводниками.

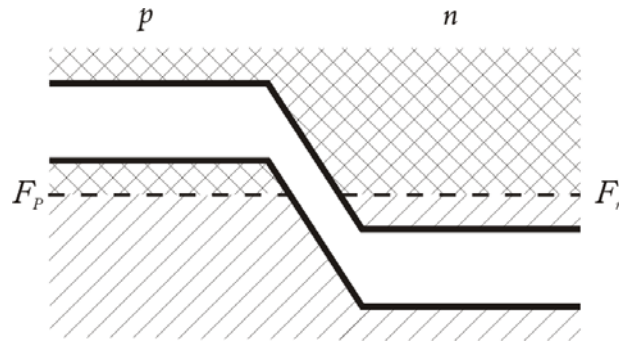


Рис. 2.22. Схема р-п-перехода

На этом рисунке показан переход в состоянии термодинамического равновесия. В этом случае, как известно, уровни Ферми выровнены, то есть  $F_p = F_n$ .

Приложим к переходу некоторое напряжение  $V$ . Под действием получившейся разности потенциалов уровни Ферми разных полупроводников начнут смещаться относительно друг друга:

$$F_n - F_p = eV. \quad (2.5.11)$$

Выберем

$$V \approx \frac{E_g}{e}. \quad (2.5.12)$$

Например, для полупроводника на основе арсенида галлия (GaAs):

$$E_g^{\text{GaAs}} = 1,5 \text{ эВ},$$

следовательно,  $V = 1,5 \text{ В}$ .

Зонная структура полупроводника будет выглядеть тогда так, как показано на рис. 2.23.

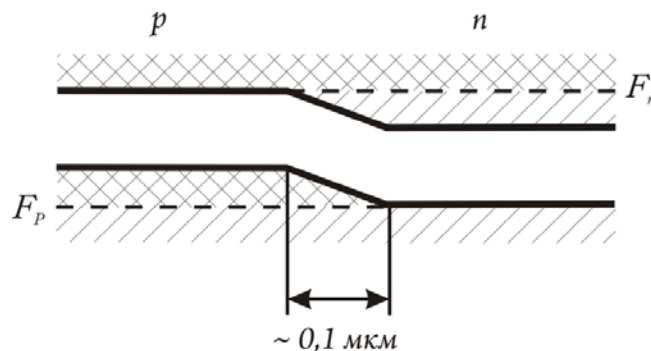


Рис. 2.23. Схема р-п-перехода со смещением

Если обратить внимание на средний участок, то есть на сам р-п-переход, то видно, что здесь возникает инверсная заселённость уровней: электроны находятся над дырками.

Следовательно, именно в этой узкой области ( $d \sim 0,1$  мкм) будут происходить переходы электронов с верхнего уровня на нижний с генерацией квантов излучения.

Таким образом, мы получили два необходимых компонента для создания лазера: активную среду – кристалл полупроводника с р-п- переходом и систему накачки – приложенное к переходу напряжение. Но для лазера нужен ещё и резонатор. Для его создания два торца кристалла полируют до зеркального блеска – это будут отражающие грани, а на двух других делают грубые сколы для гашения излучения, идущего не вдоль основной оси.

На рис. 2.24 показано, как физически выглядит такой лазер.

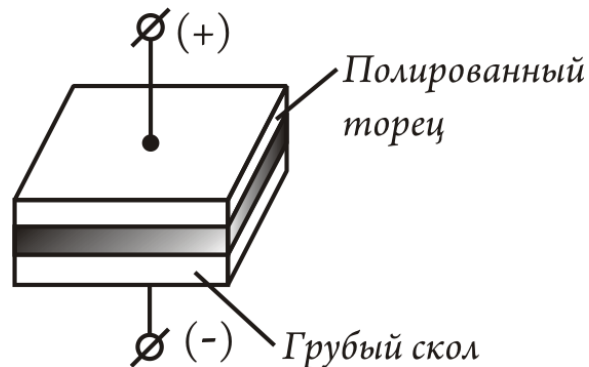


Рис. 2.24. Лазер на гомо-р-п-переходе

Так как показатель преломления одинаков и в переходе, и в р- и п-зонах ( $n \approx 3,6$ ), то излучение, генерируемое внутри перехода, будет беспрепятственно распространяться по всему объёму кристалла. Это приводит к тому, что получаемый луч достаточно широк.

И это же влияет на величину предельного тока в переходе, при которой начинается генерация. Квант излучения, родившийся в области р-п-перехода, может вылететь из него в р- и п-области, и тогда он не сможет вызвать сброс следующего электрона и рождение следующего кванта. Это вынуждает компенсировать потери увеличением тока накачки, и, следовательно, увеличивается необходимая для поддержания генерации величина плотности тока в переходе. Она достигает значений  $10^5$  А/см<sup>2</sup>.

Это приводит к сильному нагреванию кристалла, и потому лазеры на гомо-р-п-переходе могут работать только при низких температурах и нуждаются в эффективных и дорогостоящих системах охлаждения.

### 2.5.3. Гетероструктуры

Решение проблем, возникших при построении первых полупроводниковых лазеров, нашли в использовании так называемых гетероструктур. Это структуры, объединяющие различные вещества.

Различные полупроводники имеют разные шаги кристаллической решётки и свою ширину запрещённой зоны:

$$E_g^{\text{GaAs}} = 1,5 \text{ эВ};$$

$$E_g^{\text{AlAs}} > 3 \text{ эВ}.$$



И при попытке создать между такими кристаллами переход в нём будут наблюдаться большие дефекты дислокации. Эти дефекты оказывают сильное отрицательное влияние на условия генерации, так как на них происходит интенсивное поглощение излучения.

Но было предложено создавать полупроводники с более сложной структурой, например, в кристалле арсенида галлия заместить часть атомов галлия алюминием. При этом в зависимости от процента замещённых атомов можно варьировать ширину запрещённой зоны и добиться достаточно малого количества дефектов в области перехода.

Например:  $E_g^{\text{AlGaAs}} \approx 1,7$  эВ.

Таким образом, можно различать четыре типа полупроводников. Будем обозначать:

n, p – полупроводники с узкой запрещённой зоной;

N, P - полупроводники с широкой запрещённой зоной.

Тогда можно получить четыре типа переходов между такими полупроводниками:

n-N, p-P – изотропные гетеропереходы;

n-P, p-N – анизотропные гетеропереходы.

При дальнейшем рассуждении будем рассматривать анизотропный p-N-гетеропереход.

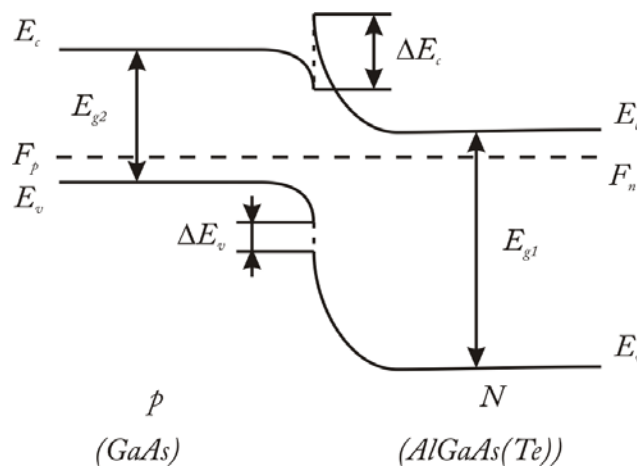


Рис. 2.25. Зонная структура анизотропного p-N-гетероперехода

На рис. 2.25 показана схема энергетических уровней в таком переходе для случая, когда полупроводник находится в состоянии термодинамического равновесия: уровни Ферми выровнены. Различная ширина запрещённой зоны в двух полупроводниках приводит к тому, что в переходе между ними появляются разрывы энергетических уровней:  $\Delta E_v$  и  $\Delta E_c$ . Причём выполняется соотношение:

$$\Delta E_v + \Delta E_c = E_{g1} - E_{g2}. \quad (2.5.13)$$

Соотношение между  $\Delta E_v$  и  $\Delta E_c$  различно для разных материалов.

Например, для гетеропереходов в системе GaAs –  $\text{Al}_x\text{Ga}_{1-x}\text{As}$  при  $x < 0,4$  на долю  $\Delta E_v$  приходится  $\approx 40$  %, а на долю  $\Delta E_c \approx 60$  % от разности  $(E_{g1} - E_{g2})$ , то есть

$$\frac{\Delta E_c}{E_{g2} - E_{g1}} \approx 0,6; \quad \frac{\Delta E_v}{E_{g2} - E_{g1}} \approx 0,4. \quad (2.5.14)$$

Рассмотрим теперь важнейшие эффекты, возникающие в гетероструктурах, которые и определяют их широкое применение в оптической квантовой электронике.

### 1. Эффект широкозонного окна.

Излучение в гетероструктуре генерируется в узкозонной части. То есть энергия фотонов:  $\hbar\omega \approx E_{g2}$ . Тогда, попадая в широкозонную область, они не будут поглощаться, так как  $E_{g1} > E_{g2}$ . Следовательно, появляется возможность выводить полученное излучение из кристалла с минимальными потерями через широкозонную часть.

### 2. Эффект односторонней инжекции.

Приложим к переходу напряжение  $V$ . Это приведёт к смещению уровней на величину, равную  $eV$ , как показано на рис. 2.26.

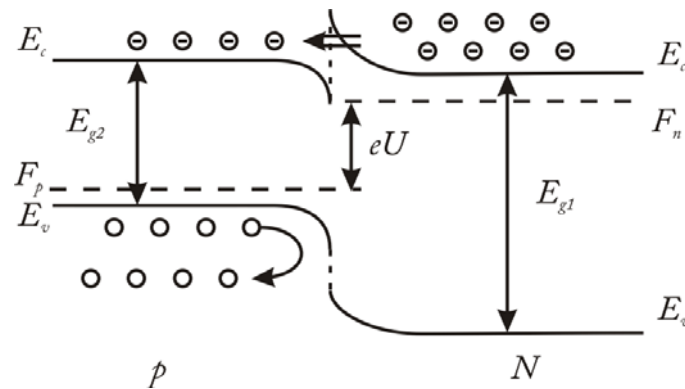


Рис. 2.26. Эффект односторонней инжекции

В гетероструктурах преимущественно осуществляется инжекция носителей зарядов их широкозонной области в узкозонную. Как видно из рисунка, электроны, поднятые в зону проводимости, туннелируют из широкозонной области в узкозонную, а инжекции дырок в N-область мешает барьер в валентной зоне. Причём отношение электронного и дырочного тока может достигать нескольких тысяч. Это создаёт неравновесное состояние в узкозонной области.

### 3. Эффект «сверхинжекции».

Увеличим напряжение, прикладываемое к переходу. Тогда энергетическая диаграмма будет выглядеть как на рис. 2.27.

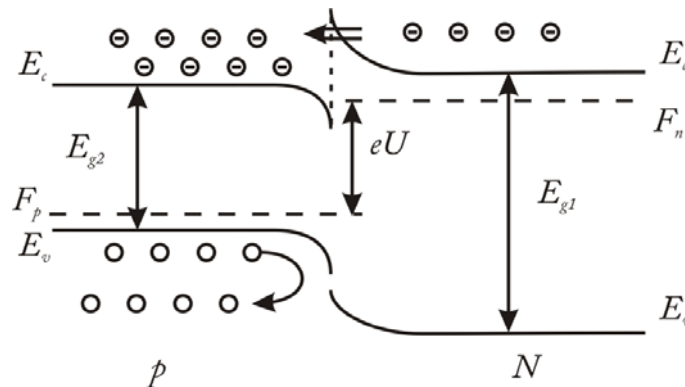


Рис. 2.27. Эффект «сверхинжекции»

В гомо-переходах концентрация неосновных носителей заряда, инжектированных из эмиттера, не может превышать их концентрации в эмиттере.

В гетеро-переходе за счёт наличия разрывов в зоне проводимости  $\Delta E_c$  (для p-N-гетероперехода) или в валентной зоне  $\Delta E_v$  (для n-P-гетероперехода) при достаточно большом напряжении смещения возможно образование «отрицательного» барьера для электронов (дырок). Пройдя узкий барьер туннелированием, электроны попадают в потенциальную яму. Из-за этого концентрация инжектированных носителей заряда может превышать их концентрацию в эмиттере. Предельное отношение концентрации инжектированных электронов  $n_p$  в p-N-гетеропереходе к их равновесной концентрации в эмиттере  $n_N$  (в N-области):

$$\frac{n_p}{n_N} \rightarrow \exp\left(\frac{\Delta E_c}{kT}\right). \quad (2.5.15)$$

А для n-P-гетероперехода соответственно отношение концентраций дырок:

$$\frac{p_n}{p_P} \rightarrow \exp\left(\frac{\Delta E_v}{kT}\right). \quad (2.5.16)$$

Эта особенность инжекции в гетеропереходе делает его чрезвычайно эффективным инжектором, что имеет особое значение для полупроводниковых лазеров.

#### 4. Волноводный эффект.

Вследствие разницы показателей преломления материалов, составляющих гетеропереход, будет наблюдаться отражение света от границ перехода. Как правило, показатель преломления узкозонного материала больше, чем широкозонного. Поэтому световые лучи, распространяющиеся в узкозонной части под малым углом к границе раздела структуры, будут испытывать полное внутреннее отражение.

Если узкозонная активная область расположена между двумя широкозонными областями, то световое излучение может распространяться в ней так же, как в волноводе.

#### 2.5.4. Устройство ДГС-лазера

Рассмотрим структуру полупроводникового лазера на двойной гетеро-структуре.

На рис. 2.28 изображена послойная структура такого лазера. При использовании структуры типа GaAs –  $Al_{0,3}Ga_{0,7}As$  длина волны генерируемого излучения  $\lambda = 0,84$  мкм.

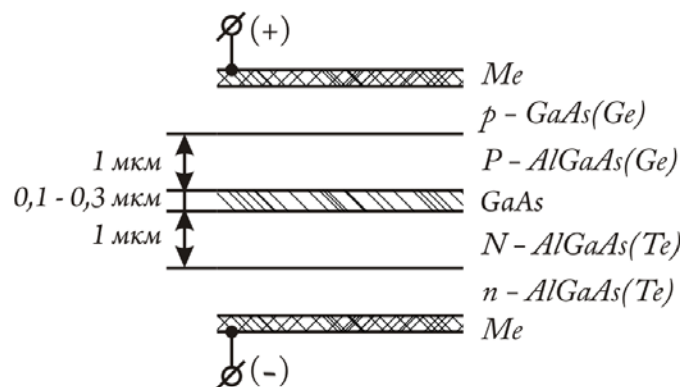


Рис. 2.28. Послойная структура ДГС-лазера

Основные характеристики такого ДГС-лазера:

мощность  $P = 5 \div 10$  мВт.

Геометрические размеры представлены на рис. 2.29.

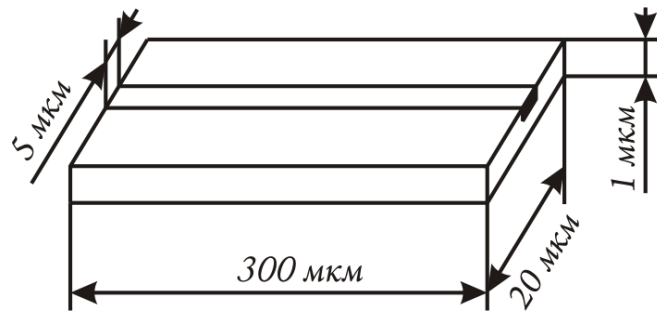


Рис. 2.29. Геометрия ДГС-лазера

Рассмотрим теперь структуру рабочей части ДГС-лазера.

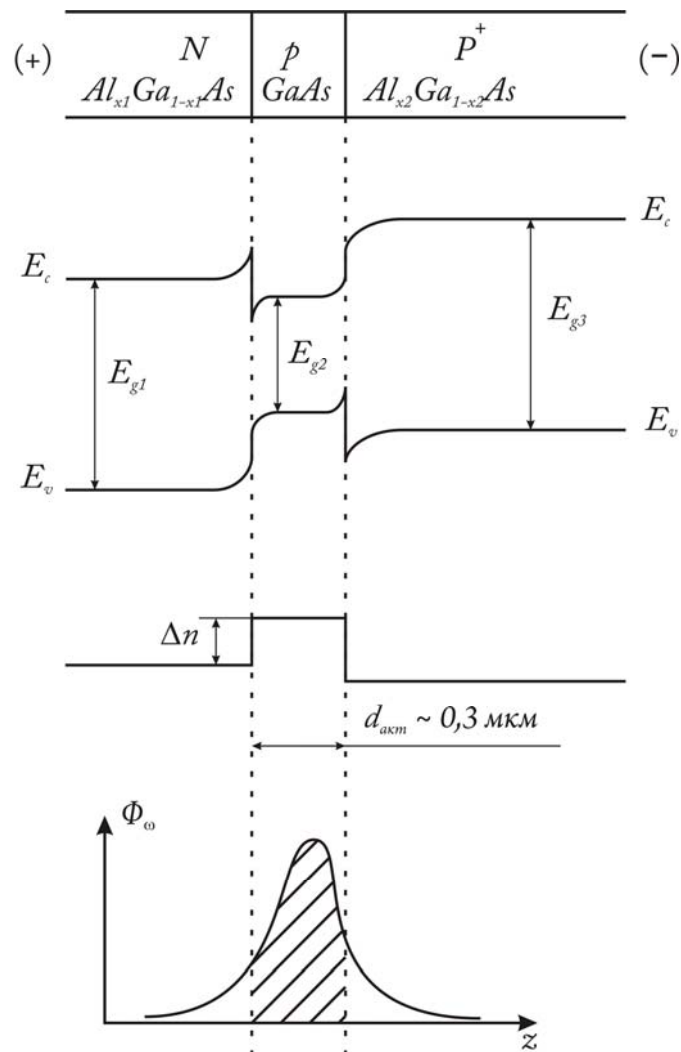


Рис. 2.30. Структура рабочей части ДГС-лазера

Отыщем пороговую плотность тока инжекционного ДГС-лазера.

Исходными данными будут:

$L$  – длина резонатора;

$R$  – коэффициент отражения зеркальных граней;

$d$  – толщина активной зоны.

Запишем условие самовозбуждения – усиление компенсирует все потери:

$$R \cdot \exp[(\alpha_{\omega}^0 - \beta_{\omega})L] \geq 1, \quad (2.5.17)$$

где  $\alpha_{\omega}^0$  – ненасыщенный показатель усиления вещества активного слоя;

$\beta_{\omega}$  – показатель объёмных потерь (он в основном определяется поглощением на свободных носителях заряда на частоте генерации  $\omega$ ).

Как видно из последнего рисунка, световая волна частично просачивается в неактивные области, т. е. часть энергии теряется. Это можно учесть, если домножить  $\alpha_{\omega}^0$  на безразмерный коэффициент  $\xi$ , который называют коэффициентом удержания света, или параметром оптического ограничения. Он равен отношению энергии световой моды, заключённой внутри активного слоя, к её полной энергии.

Так как вне активной зоны усиление не происходит, то условие самовозбуждения:

$$\alpha_{\omega}^0 \xi \geq \beta_{\omega} + \frac{1}{L} \ln\left(\frac{1}{R}\right). \quad (2.5.18)$$

Здесь произведение в левой части называют показателем усиления моды.

Если зеркала имеют разные коэффициенты отражения, то в (2.5.18) нужно заметить:

$$\frac{1}{R} \rightarrow \frac{1}{\sqrt{R_1 R_2}}.$$

Показатель усиления  $\alpha_{\omega}^0$  возрастает пропорционально концентрации неравновесных носителей в активном слое:

$$\alpha_{\omega}^0 = A_0(n - n_0), \quad (2.5.19)$$

где  $n_0$  – концентрация носителей, при которой поглощение между зонами гасится и возникает усиление.

Концентрация носителей заряда (например электронов  $n$ ) в активном слое ДГС-лазера толщиной  $d$  связана с временем их жизни  $\tau_n$  и плотностью тока инжекции  $j$ :

$$n = \frac{\tau_n}{ed} j. \quad (2.5.20)$$

Если предположить, что время жизни в активной зоне определяется излучательным переходом зона-зона с квантовым выходом, равным единице, то время жизни обратно пропорционально концентрации носителей:

$$\tau_n = \tau_{изл} = \frac{1}{nB}, \quad (2.5.21)$$

где  $B$  – коэффициент рекомбинации.

Подставляя (2.5.21) в (2.5.20) и выражая  $n$ , получим

$$n = \sqrt{\frac{j}{eBd}}. \quad (2.5.22)$$

Тогда, собирая всё в (2.5.18):

$$\alpha_\omega^0 = \frac{A_0}{\sqrt{eB}} \sqrt{\frac{j}{d}} - \alpha_0, \quad (2.5.23)$$

где  $\alpha_0 = A_0 n_0$ .

Для нахождения порогового уровня надо взять равенство:

$$j_{пор} = \frac{eBd}{A_0^2 \xi^2} \left[ \alpha_0 \xi + \beta_\omega + \frac{1}{L} \ln \left( \frac{1}{R} \right) \right]. \quad (2.5.24)$$

Видно, что  $j_{пор} \sim d$ . Но это будет соблюдаться, только если все остальные величины в (2.5.24) не зависят от  $d$ .

Если же толщина волноводного слоя  $d$  будет меньше половины длины света в веществе, то волна будет просачиваться за стенки волновода. Так что при  $d < \lambda/(2n)$  ( $n$  – показатель преломления) резко уменьшится коэффициент удержания света  $\xi$  и соответственно возрастет  $j_{пор}$ .

Так как в определённой области  $j_{пор} \sim d$ , то для оценки качества лазера применяют понятие номинальной пороговой плотности тока:

$$j_{пор.ном.} = \frac{j_{пор}}{d}. \quad (2.5.25)$$

Для ДГС-лазера хорошего качества при комнатной температуре

$$j_{пор.ном} \approx (3 \div 5) \text{ кА}/(\text{см}^2 \text{ мкм}).$$

### 2.5.5. РОДГС-лазер

Для уменьшения рабочего тока ДГС-лазера необходимо уменьшать толщину активного слоя  $d$ . Однако этому препятствует резкое увеличение потерь при  $d < \lambda/(2n)$  ( $n$  – показатель преломления), вызванное просачиванием света в боковые области, то есть уменьшение коэффициента удержания света  $\xi$ .

Чтобы уменьшить оба этих эффекта, надо разделить области электронного и оптического ограничения. Это как раз и используется в ДГС-лазерах с разделённым электронным и оптическим ограничением – РОДГС-лазерах.

При этом сверхтонкий активный слой, отвечающий за электронное ограничение, помещают внутрь более толстого слоя  $D \approx \lambda/n$ , отвечающего за оптическое ограниче-

ние. Ширина запрещённой зоны области оптического ограничения должна быть больше, чем активного слоя.

Структура рабочей части РОДГС-лазера представлена на рис. 2.31.

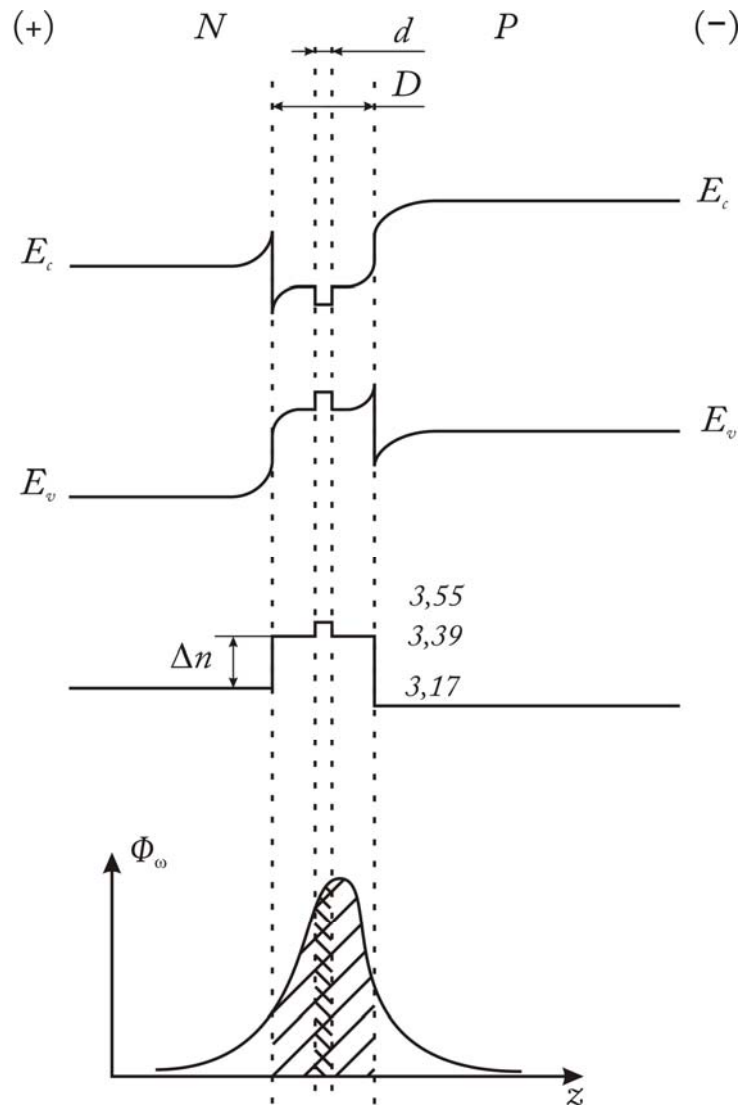


Рис. 2.31. Структура рабочей части РОДГС-лазера

Для успешной работы РОДГС-лазера необходимо, чтобы уменьшение  $\xi$  при уменьшении  $d$  компенсировалось ростом показателя усиления  $\alpha_\omega$  в активном слое.

В современных лазерах такой структуры в качестве активной зоны используются квантоворазмерные структуры, такие как квантовые ямы, квантовые точки и другие. Такие квантовые структуры к тому же позволяют ослабить температурную зависимость пороговой плотности тока.

Температурную зависимость пороговой плотности тока РОДГС-лазеров в области рабочих температур  $-60^\circ\text{C} < T < +60^\circ\text{C}$  можно аппроксимировать экспоненциальной функцией:

$$j_{\text{пор}} = j_{\text{пор}}(0) \cdot \exp\left(\frac{T}{T_0}\right). \quad (2.5.26)$$

Здесь  $T_0$  – характеристическая температура, зависящая от типа активной области:

$T_0 = 104 \text{ }^\circ\text{C}$  – для объёмной активной области (3D);

$T_0 = 285 \text{ }^\circ\text{C}$  – для активной области в виде квантовой ямы (КЯ, 2D);

$T_0 = 481 \text{ }^\circ\text{C}$  – для активной области в виде квантовой проволоки (КП, 1D);

$T_0 \rightarrow \infty$  – для активной области в виде квантовых точек (КТ, 0D).

Таким образом, применение квантоворазмерных структур в активной области РОДГС-лазеров позволяет:

1. Уменьшить пороговую плотность тока накачки.

При комнатной температуре:  $j_{\text{пор}} \approx (100 \div 300) \text{ А/см}^2$ . То есть ещё на порядок меньше по сравнению с ДГС-лазером.

2. Ослабить температурную зависимость.

3. Увеличить коэффициент усиления с единицы длины активной области.

4. Улучшить спектральные характеристики, так как уменьшаются паразитные частоты в спектре.

Иногда целесообразно использовать в активной области квантоворазмерные слои с внутренними напряжениями сжатия или растяжения. Если толщины таких слоёв достаточно малы, то удаётся избежать образования в них дислокаций несоответствия и других дефектов. Использование напряжённых слоёв позволяет, во-первых, значительно расширить круг материалов, поскольку требования к величине рассогласования параметров решётки значительно смягчаются. Во-вторых, варьируя величину рассогласования, возможно влиять на зонную структуру материала и подавить процессы безызлучательной рекомбинации.

Для повышения мощности излучения РОДГС-лазера можно использовать серию квантоворазмерных структур в одной области D. Если их число становится больше шести, то образуются минизоны, характерные для сверхрешёток (сверхструктур). В таких структурах происходит эффективный обмен носителями между отдельными квантовыми ямами за счёт туннельного механизма. Это облегчает их захват на нижние квантовые уровни.

В лазерах с такой структурой пороговая плотность тока снижается до  $j_{\text{пор}} \approx 40 \text{ А/см}^2$ .

Типичные размеры активной области РОДГС-лазеров  $d = 5 \div 20 \text{ нм}$ .

Наименьшим значением порогового тока накачки обладают полосковые РОДГС-лазеры. Оно может достигать всего нескольких миллиампер, что даже меньше, чем рабочий ток светодиода.

### 2.5.6. РОДГС РОС лазеры

Ещё одной модификацией ДГС лазеров являются ДГС-лазеры с распределённой обратной связью. В них одну из границ делают «гофрированной» (рис. 2.32), что приводит к периодическому изменению показателя преломления на ней и, следовательно, к интерференционным эффектам.



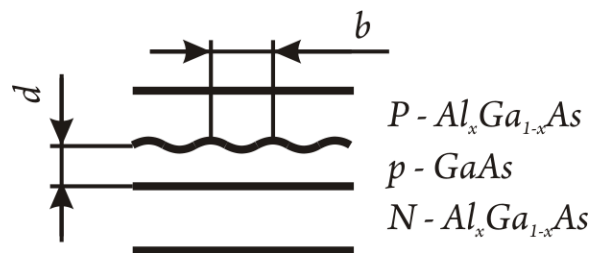


Рис. 2.32. Схема РОДГС РОС лазера

Для решётки, работающей на первом порядке:  $b = \lambda/(2n)$ , где  $n$  – показатель преломления.

Для AsGa-лазера  $b \approx 0,13$  мкм.

Использование таких эффектов даёт большую температурную и частотную стабильность.

На графике 2.33 приведена типичная вольт-амперная характеристика ДГС-лазера.

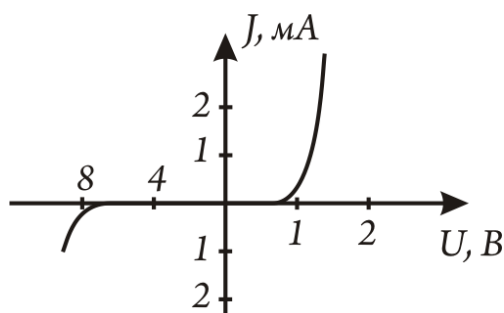


Рис. 2.33. Вольт-амперная характеристика ДГС-лазера

Так как полупроводниковые лазеры часто используют в качестве источников сигнала в волоконно-оптических линиях связи, то была необходимость в разработке таких конструкций, которые бы излучали частоты, соответствующие окнам прозрачности кварцевого волокна:  $\lambda \approx 1,3$  мкм и  $\lambda \approx 1,55$  мкм.

Для этого часто используют четверные сплавы, например такого типа:



Обычно  $y = (2,2x) / (1 + 0,06x)$ .

Например:

0,84 мкм – активная среда GaAs – Al<sub>0,05</sub>Ga<sub>0,95</sub>As,

1,3 мкм – InP – In<sub>0,72</sub>Ga<sub>0,28</sub>As<sub>0,60</sub>P<sub>0,40</sub>,

1,55 мкм – InP – In<sub>0,60</sub>Ga<sub>0,40</sub>As<sub>0,88</sub>P<sub>0,12</sub>.

Расходимость луча полосковых ДГС-лазеров довольно большая и представлена на рис. 2.34.

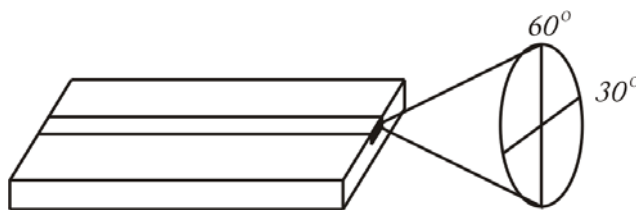


Рис. 2.34. Угол расходимости луча ДГС-лазера

### **Контрольные вопросы:**

1. Какое излучение может быть названо когерентным?
2. Какие основные элементы должен содержать квантовый генератор?
3. Для чего в квантовых генераторах радиочастотного диапазона необходимо наличие разделительной системы?
4. Какой спектр энергий аммиака используют для построения мазера?
5. Что означает термин «самокалибрующийся» в отношении к стандартам частоты?
6. Почему в полупроводниковом лазере на гомо-р-п-переходе не происходит удержание излучения в активной зоне?
7. Что такое зоны оптического и электронного ограничения?

## **3. Ядерный магнитный резонанс**

Как известно, для наблюдения ЯМР должны иметь место постоянное магнитное поле  $B_0$ , в котором происходит зеемановское расщепление энергетических уровней спиновой системы, и переменное радиочастотное поле  $B_1$ , стимулирующее переходы спинов между зеемановскими подуровнями. В результате воздействия на вещество полей  $B_0$  и  $B_1$  спиновая система может излучать или поглощать энергию радиочастотного поля, если частота этого поля ( $\nu$ ) близка к частоте переходов ( $\nu_0$ ). Поэтому для наблюдения ядерного магнитного резонанса необходимы следующие основные приборы: источники постоянного и переменного магнитных полей, устройство, преобразующее энергию квантовых переходов в радиочастотные сигналы, усилители и регистраторы этих сигналов.

Наблюдение ЯМР может осуществляться как при стационарном воздействии переменного магнитного поля  $B_1$ , так и в промежутках между его импульсами. В связи с этим принципы наблюдения ЯМР в конденсированных средах разделяются на две группы, отличающиеся друг от друга как по экспериментальным методикам, так и по классу решаемых задач. В первые годы после открытия ядерный магнитный резонанс наблюдался в основном при стационарном воздействии радиочастотного поля  $B_1$ , однако вскоре была разработана методика его наблюдения в результате импульсного воздействия на вещество полем  $B_1$ . В дальнейшем, до 1970-х годов, обе методики развивались параллельно, решая характерные для своих классов задачи (изучение спектральных характеристик на основе стационарного облучения полем  $B_1$  и релаксационных характеристик в результате импульсного облучения). Развитие экспериментальной техники и появление достаточно мощных и быстродействующих ПЭВМ привело к становлению Фурье-спектроскопии ЯМР, существенно расширившей границы применения обеих методик.

### 3.1. Ядерный магнитный резонанс на молекулярных и атомных пучках

Впервые явление ядерного магнитного резонанса наблюдал И. Раби с сотрудниками в 1939 г. на молекулярных пучках. К этому времени были уже хорошо известны опыты О. Штерна и В. Герлаха, позволившие оценить магнитный момент атома и установить дискретность значений его z-компоненты, а также работы И. Эстермана, О. Штерна и Р. Фриша по определению магнитного момента протона. Всеми ими использовалось то обстоятельство, что на частицу, обладающую магнитным моментом ( $\mu$ ), в неоднородном магнитном поле действует сила

$$\vec{F}_M = \mu_z \frac{\partial \vec{B}}{\partial z},$$

где  $\partial \vec{B} / \partial z$  – градиент магнитного поля;  $\mu_z$  – компонента магнитного момента, направленная по оси  $z$ . Под действием силы  $\vec{F}_M$  частица будет отклоняться в направлении оси  $z$ , причем величина этого отклонения ( $dz$ ) будет определяться кинетической энергией частицы ( $E$ ), ее магнитным моментом ( $\mu$ ) и градиентом магнитного поля ( $\partial B / \partial z$ ):

$$dz = \vec{F}_M \frac{A}{E} = \mu_z \frac{\partial \vec{B}}{\partial z} \frac{A}{E} \quad (3.1.1)$$

( $A$  – постоянная, зависящая от геометрических параметров прибора). Зная параметры прибора, величину  $\partial B / \partial z$  и среднюю кинетическую энергию частиц в пучке, как видно из (3.1.1), по величине  $dz$  можно определить  $\mu_z$ . Однако даже в наиболее совершенных опытах И. Эстермана и О. Штерна точность определения магнитного момента частицы не была высокой: для протона она не превышала 10%.

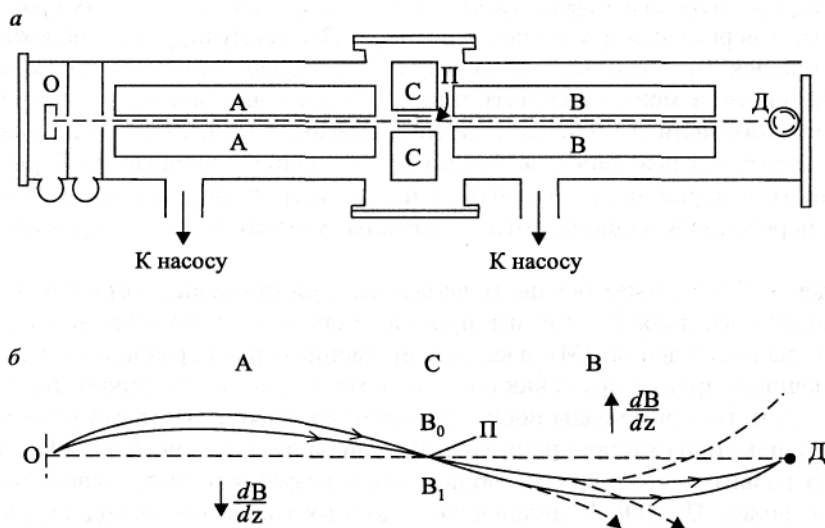


Рис. 3.1. Схема устройства для наблюдения ЯМР. Траектория частиц

При определении магнитного момента микрочастиц методом И. Раби на определенном участке траектории частицы создаются условия для магнитного резонанса. В результате взаимодействия ядерного (или электронного) магнитного диполя с переменным полем осуществляется его переориентация. Суть метода состоит в следующем.

В камере низкого давления  $O$  (рис. 3.1 а) ( $P \approx 10^{-6}$  мм рт. ст.  $\approx 10^{-8}$  Па) создается пучок частиц (атомов или молекул), траектории которых проходят последовательно через зазоры между магнитами  $A$  и  $B$ . Эти магниты совершенно одинаковы, и в их зазорах создаются неоднородные магнитные поля, равные по величине:  $|B_A| = |B_B|$ , но с противоположным направлением векторов градиентов полей, причем  $|\partial B/\partial z| \approx 800$  Тл/м. В связи с этим частицы, пролетая через зазоры между магнитами  $A$  и  $B$ , будут испытывать одинаковые отклонения сначала в одном, а затем в противоположном направлениях и попадут на чувствительный элемент детектора  $D$  (рис. 3.1 б) Если исследуемые частицы представляют собой молекулы со скомпенсированными электронными спинами (молекулы в  $^1\Sigma_0$ -состоянии) или атомы, то магнитные свойства таких частиц и их взаимодействие с внешними полями определяются лишь магнитными моментами ядер. Между магнитами  $A$  и  $B$  расположен магнит  $C$ , в зазоре которого создается высокооднородное постоянное магнитное поле  $B_0$ . Кроме того, в зазоре магнита  $C$  установлена петля  $\Pi$  длиной  $l$ , при помощи которой в области прохождения пучка через магнит  $C$  создается переменное магнитное поле  $B_1(t)$ , которое ориентировано перпендикулярно вектору поля  $B_0$ . Принцип действия петли  $\Pi$  поясняется рис. 3.1 б и 3.2 а.

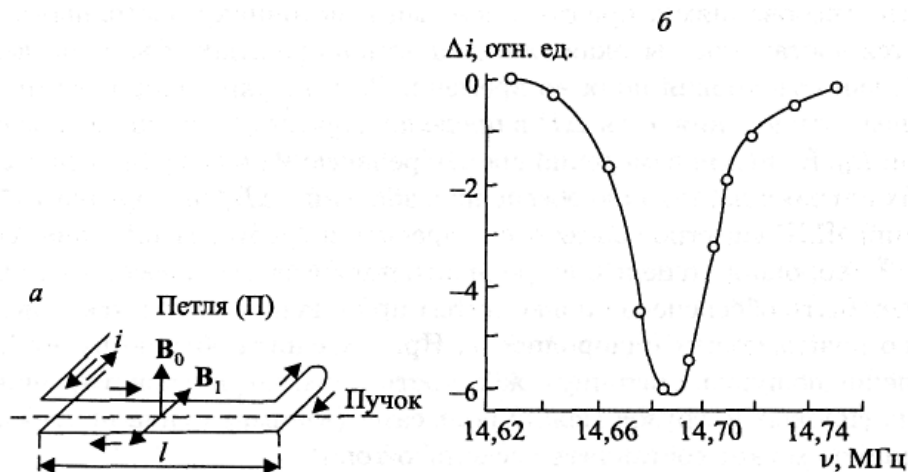


Рис. 3.2. Токовая петля (а) и пример сигнала ЯМР (б)

В результате воздействия на магнитные диполи  $\mu$  постоянного  $B_0$  и переменного  $B_1$  магнитных полей будет происходить переориентация этих диполей. Длину петли  $l$  и напряженность поля  $B_1$  выбирают такими, чтобы за время пролета ( $t$ ) частиц через зазор магнита  $C$  все диполи  $\mu$  оказались переориентированными (знак  $\mu_z$  изменился на противоположный). Следовательно, в соответствии с (3.1.1) в зазоре магнита  $B$  они будут отклоняться в ту же сторону, что и в зазоре магнита  $A$ , и на детектор  $D$  не попадут. Поскольку интенсивность процесса переориентации магнитных диполей вследствие нутации возрастает по мере уменьшения расстройки частоты ( $\Delta\nu = \nu_0 - \nu$ ), то при этом должен уменьшаться поток частиц, попадающих в щель детектора  $D$ . Следовательно, ток ( $i$ ) в цепи детектора будет изменяться симбатно с изменением  $\Delta\nu$ . Это изменение  $i(\Delta\nu)$  носит резонансный характер. В качестве примера на рис. 3.2 б приведен сигнал ЯМР от ядер  $^1H$  в пучке молекул  $KOH$ , полученный в поле  $B_0 = 0,3453$  Тл.

Наблюдаемые таким образом резонансные линии позволяют определить частоту и ширину линии, исследовать форму сигнала и другие характеристики спектра ядерного магнитного резонанса в атомных и молекулярных пучках. Если исследуются молекулы водорода, то сигнал ЯМР наблюдается лишь от ортоводорода (суммарный спин которого  $I = 1$ ). В молекулах параводорода ( $I = 0$ ) спины и магнитные моменты протонов ориентированы антипараллельно, и переориентация магнитных диполей отдельных прото-

нов магнитом С не изменит магнитных свойств молекулы в целом и траектории ее движения.

Методом ЯМР на пучках были измерены гиромагнитные отношения и магнитные моменты многих ядер с более высокой точностью, чем это осуществлялось ранее другими методами.

### 3.2. Источники магнитного поля

Диапазон величин применяемых полей в настоящее время составляет приблизительно  $0 \div 12$  Тл, причем в области  $0,1 \div 2$  Тл используются, как правило, электромагниты или постоянные магниты, а поля с индукцией более 2 Тл для целей реализации ядерного магнитного резонанса могут быть получены только в соленоидах со сверхпроводящей обмоткой. В области малых полей (менее 0,1 Тл) используются обычные соленоиды или даже магнитное поле Земли (0,00005 Тл).

Основными требованиями, предъявляемыми к источнику постоянного магнитного поля, являются достаточно высокая однородность в пределах объема исследуемого образца и стабильность уровня поля во времени. Для оценки однородности принята величина среднего отклонения поля  $\Delta B$  в пределах образца, отнесенная к величине резонансного поля  $B_0$ . Если для измерений времен релаксации и коэффициента самодиффузии во многих случаях достаточно обеспечить значение  $\Delta B/B_0$  порядка  $10^{-5} \div 10^{-6}$ , то для реализации ЯМР-спектров высокого разрешения требуется значение  $\Delta B/B_0$  не хуже  $10^{-8} \div 10^{-9}$ . Хорошая степень однородности поля в зазоре электро- или постоянного магнита может быть обеспечена только путем применения комплекса конструктивных мер, поэтапно повышающих однородность. Ядро магнита обычно имеет Ш-образную форму, обеспечивающую достаточную жесткость и симметрию конструкции в условиях значительных силовых нагрузок между полюсами (взаимная сила притяжения полюсных наконечников может составлять несколько тонн).

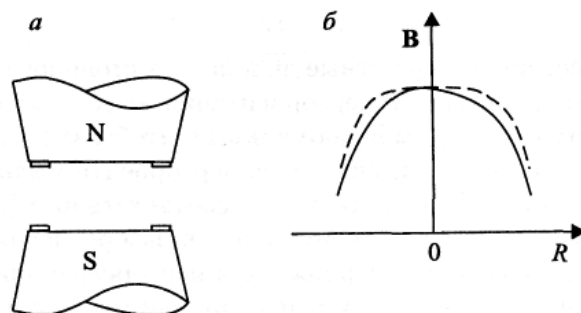


Рис. 3.3. Магнитная система

Для уменьшения краевых эффектов (падение индукции на краях межполюсного зазора по отношению к центру) диаметр полюсных наконечников ( $D$ ) выбирается намного большим межполюсного зазора ( $d$ ):  $D/d \geq 10$ . С этой же целью можно использовать так называемое *шиммирование* – уменьшение величины  $d$  на периферии зазора путем введения дополнительных кольцевых накладок (рис. 3.3 а). Путем специального подбора толщины и ширины колец можно существенно уменьшить спад уровня поля по мере удаления от центра (рис. 3.3 б, пунктирная кривая). Эффективность шиммирования резко падает с ростом уровня  $B_0$  вследствие насыщения и при  $B_0 > 1$  Тл может даже ухудшить исходную однородность, в связи с чем в современных приборах этот тип шиммирования практически не применяется.

Полюсные наконечники изготавливаются из "мягкого" (без примесей углерода) железа с последующей тщательной многоэтапной механической обработкой, заканчивающейся полировкой и отжигом в атмосфере водорода. В результате такой обработки механические неровности не превышают 0,25 мкм. Непараллельность поверхностей полюсных наконечников также существенно влияет на результирующую однородность. Так, отклонение от параллельности в 2–3 мкм при  $D \approx 30$  см приводит к неоднородности  $\Delta B/B_0 - 10^{-6}$ . Тщательная юстировка по сигналу ЯМР позволяет реализовать на этом этапе значение  $\Delta B/B_0 - 10^{-7}$ .

Следующим этапом на пути улучшения однородности поля является токовая компенсация – *токовые шиммы*.

Магнитное поле в некотором объеме, не имеющем источников, можно представить аналитически, используя разложение скалярного потенциала  $\Phi$ , удовлетворяющего уравнению Лапласа  $\nabla^2 \Phi = 0$ . Тогда поле в этом объеме есть  $\vec{B} = -\nabla \Phi$ . Потенциал  $\Phi$  можно представить в виде ряда по объемным сферическим гармоникам:

$$\Phi = \sum_{n=1}^{\infty} \sum_{m=0}^n r^n P_n^m(\cos \theta) [A_n^m \sin(m\varphi) + B_n^m \cos(m\varphi)]$$

Здесь  $P_n^m(\cos \theta)$  – присоединенный полином Лежандра. Коэффициенты  $A_n^m$  и  $B_n^m$  не зависят от координат и полностью определяются источниками поля. Члены с  $n = 1$  описывают три компоненты поля (однородное поле), с  $n = 2$  — градиенты поля. Задача заключается в создании токовых контуров, поля которых воспроизводили бы по отдельности каждую из гармоник общего разложения поля. Для компенсации неоднородности необходимо так выбрать силу и направление токов, чтобы гармоники, создаваемые компенсаторами, и гармоники, содержащиеся в исходном неоднородном поле, были равны по амплитуде и противоположны по знаку. Этого легко достичь экспериментально, устанавливая последовательно в каждом компенсаторе такую силу тока, при которой получается наибольшее разрешение спектра ЯМР. При этом образец должен заполнять объем, в котором использованные пространственные гармоники образуют замкнутую и ортогональную систему функций, т. е. для сферического образца с центром в начале координат пригодны сферические гармоники.

Благодаря взаимной ортогональности сферических гармоник конфигурация поля, создаваемого одним из компенсаторов, не может быть получена посредством каких-либо комбинаций поля всех остальных компенсаторов, поэтому значение тока в каждом из компенсаторов, соответствующее наилучшей однородности, не зависит от токов в других компенсаторах. Строго говоря, такая ортогональность имеет место только для сферического образца с центром в начале координат. Однако практически независимость регулировок сохраняется и для других конфигураций (например, для цилиндрических), но не слишком вытянутых или сплюснутых. Чтобы добиться полной компенсации, в принципе необходимо создание бесконечного числа гармоник. Однако вклад высших гармоник мал, поэтому используют составляющие с  $n = 2, 3, 4$ .

При расчете конфигурации токов можно исходить из того факта, что компонента поля, касательная к поверхности, перпендикулярна вектору плотности тока на поверхности, т. е. вектор тока направлен вдоль линий равного потенциала:  $\Phi = \text{const}$ . Получающиеся при этом конфигурации проводников для плоских поверхностей полюсных наконечников электромагнита носят довольно сложный характер и не технологичны в изготовлении. В. Андерсоном была предложена более простая система токов, основанная на разложении поля в ряд:

$$B_{0z} = B_0 + \left(\frac{dB_z}{dx}\right)x + \left(\frac{dB_z}{dy}\right)y + \left(\frac{dB_z}{dz}\right)z + \dots \quad (3.2.1)$$

Здесь первые производные по трем координатам есть линейные градиенты поля. Хотя ряд бесконечен, лишь небольшое число градиентов имеет значительную величину. Практически можно использовать три линейные и три квадратичные производные. Смешанные производные обычно малосущественны. Отметим, что линейные градиенты независимы, а градиенты второго порядка удовлетворяют уравнению Лапласа. Линейный градиент легко получить с помощью системы из двух параллельных проводников с током. Как видно из рис. 3.4 а, два длинных проводника с одинаковыми токами создают на оси  $R$  линейно изменяющееся поле. Реальная конфигурация проводников, расположенных на каждой из плоскостей полюсных наконечников, приведена на рис. 3.4 б. Поскольку система антисимметрична, то в разложении (3.2.1) присутствуют только нечетные степени разложения. Подбором величин  $h_1$  и  $h_2$  можно достичь того, чтобы коэффициент при третьей степени разложения был равен нулю, тогда первыми нескомпенсированными окажутся лишь коэффициенты при пятой степени, величина которых уже пренебрежима мала. Расчет дает следующее соотношение:

$$h_{1,2} = (3 \mp 2\sqrt{2})\delta$$

( $\delta$  – расстояние между плоскостями, на которых расположены проводники).

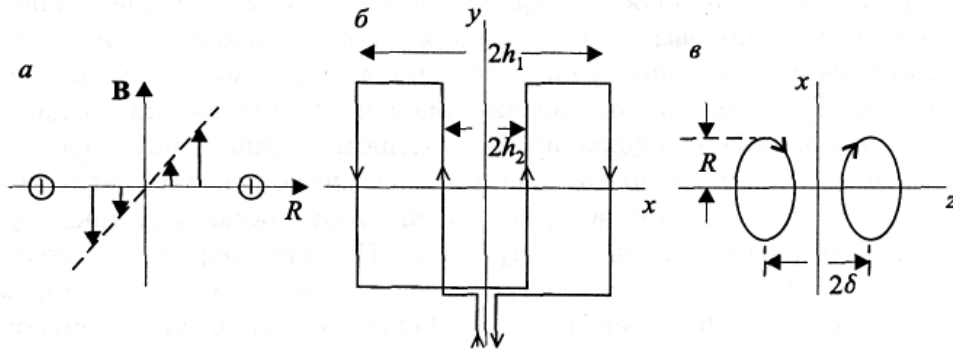


Рис. 3.4. Схема токов

Система, представленная на рис. 3.4 б, создает градиент  $d\vec{B}_{0z}/dx$ . Очевидно, что для формирования градиента  $d\vec{B}_{0z}/dy$  можно использовать аналогичную систему, но повернутую на  $90^\circ$  вокруг оси  $z$ . Для создания градиента  $d\vec{B}_{0z}/dz$  удобнее применить два кольцевых, но противоположных по направлению тока (см. рис. 3.4 в). Оптимальное соотношение между радиусом кольца  $R$  и величиной  $\delta$  дается формулой

$$R = \frac{2}{\sqrt{3}} \delta .$$

Аналогичным образом формируются градиенты более высоких порядков.

Система токовых компенсаторов позволяет улучшить однородность, по крайней мере, на порядок (ориентировочно – до  $5 \cdot 10^{-8}$ ). Дальнейшее улучшение однородности

достигается путем вращения образца. Если величина неоднородности в объеме образца составляет  $\Delta B$ , то вращение ампулы с образцом усредняет поле до некоторого эффективного значения:

$$\Delta B_{эф} = \gamma \left( (\Delta B)^2 \right) \tau,$$

где  $((\Delta B)^2)$  – среднеквадратичное отклонение поля в пределах образца;  $\tau$  – время усреднения (время одного оборота ампулы). Вращение ампулы осуществляется с помощью газовой турбины, питаемой сжатым воздухом. Частота вращения выбирается достаточно высокой (до 20000 об/мин) с тем, чтобы предельно уменьшить значение  $\Delta B_{эф}$ . Кроме того, вращение образца на низких частотах приводит к появлению в спектре спутников – дополнительных сигналов, расположенных симметрично по отношению к основному (рис. 3.5 б). Увеличение частоты вращения позволяет уменьшить их и сдвинуть за пределы регистрируемого участка спектра (рис. 3.5 в).



Рис. 3.5. Спектры

Требования к стабильности величины поля должны соответствовать степени его однородности, по крайней мере, за время, необходимое для регистрации сигнала ЯМР. Стабилизация поля  $B_0$ , создаваемого электромагнитами или соленоидами, обычно обеспечивается многоступенчатой системой, содержащей электронный стабилизатор тока, стабилизатор потока индукции в зазоре магнита и стабилизатор резонансных условий на основе использования собственно эффекта ЯМР. В сверхпроводящих соленоидах необходимая стабильность обеспечивается естественным образом без дополнительных устройств, хотя проблема достижения однородности поля сохраняется.

### 3.3. Методы наблюдения ядерного магнитного резонанса

Рассмотрим основные принципы наблюдения ЯМР.

Простейшая функциональная схема для наблюдения сигналов ЯМР приведена на рис. 3.6. Катушка (L) с исследуемым образцом помещается в зазор магнита или в другой источник постоянного магнитного поля  $B_0$  и ориентируется таким образом, чтобы ее ось, а следовательно, и вектор переменного поля  $B_1$  были перпендикулярны направлению вектора поля  $B_0$ . Переменное поле  $B_1$  создается в катушке, питаемой от генератора высокочастотного напряжения (ГВЧ). Для осуществления периодического наблюдения эффекта ЯМР постоянное магнитное поле модулируется с помощью дополнительных катушек (K), подключенных к генератору синусоидального напряжения низкой частоты (ГНЧ). С помощью ГНЧ осуществляется также горизонтальная развертка сигнала на экране осциллографа. Поскольку сигнал ЯМР достигает максимума дважды за один период синусоидальной развертки, то для совмещения двух сигналов на экране используется регулируемое звено фазовращателя (Ф).



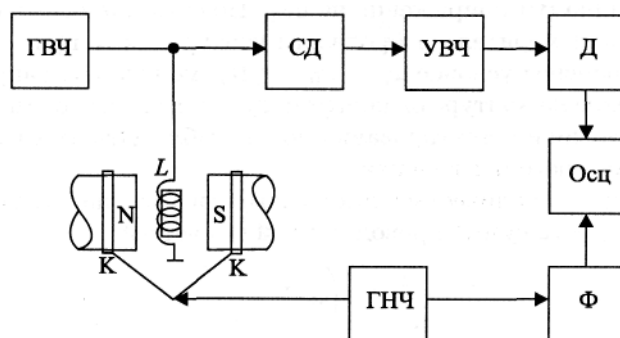


Рис. 3.6. Блок-схема наблюдения сигналов ЯМР

Главной частью устройства является спиновый детектор (СД), в котором происходит преобразование энергии квантовых переходов между зеемановскими подуровнями в радиочастотные сигналы. В качестве спиновых детекторов используются различные устройства, содержащие колебательный контур: радиочастотный мост, генератор слабых колебаний, суперрегенератор и т. д. Полученные в спиновом детекторе радиочастотные сигналы усиливаются (УВЧ), детектируются (Д) и подаются на регистратор (осциллограф, ЭВМ, самописец и т. п.). Можно выделить четыре основных элемента приведенной схемы: (1) спиновый детектор; (2) источник магнитного поля  $V_0$ ; (3) система усиления, детектирования и регистрации сигнала; (4) система прохождения через резонанс (модуляция поля  $V_0$ ).

### 3.3.1. Спиновый детектор

Этим термином будем обозначать некоторую электрическую схему, в которой возникают сигналы, обусловленные периодическим движением вектора макроскопической ядерной намагниченности ( $M$ ). В большинстве случаев в основе такой схемы имеется катушка индуктивности ( $L$ ), включенная в состав колебательного контура, настроенного на частоту прецессии  $\omega_0 = \gamma V_0$ . Простейшая схема спинового детектора (рис. 3.7) была использована Б. Роллином.

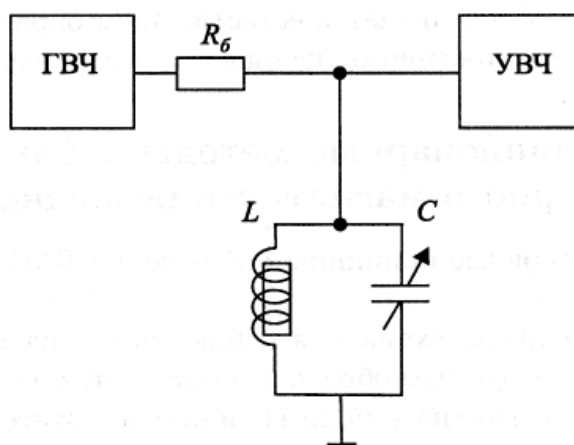


Рис. 3.7. Спиновый детектор

Генератор напряжения с частотой  $\omega_r$  через балластный резистор  $R_6$  подключен к параллельному контуру  $LC$ , в катушке которого находится ампула с образцом. Величина  $R_6$  много больше резонансного сопротивления контура  $Z_K$ , поэтому в схеме имеет

место режим генератора тока (ток, потребляемый от ГВЧ, не зависит от величины  $Z_K$ ). При наступлении ядерного магнитного резонанса происходит максимальное поглощение спиновой системой энергии ВЧ-колебаний, что приводит к уменьшению добротности ( $Q$ ) колебательного контура, а следовательно, и его полного сопротивления  $Z_K$  и соответственно падению ВЧ-напряжения на нем. По сути, схема аналогична известной в радиотехнике схеме измерителя добротности контура. Если при этом периодически реализовывать резонансное условие  $\omega_z = \omega_0 = \gamma B_0$ , модулируя, например, магнитное поле  $B_0$ , то напряжение на контуре окажется модулированным по амплитуде. После соответствующего усиления и детектирования можно наблюдать на экране осциллографа сигнал ядерно-резонансного поглощения.

Получим формулу для количественных оценок этого явления. Проводимость параллельного контура ( $Y$ ) есть сумма проводимостей его ветвей:

$$Y = \frac{1}{R} + i \left( \omega C - \frac{1}{\omega L} \right). \quad (3.3.1)$$

Вращающаяся компонента ядерной намагниченности ( $M_{\perp} = (M_x^2 + M_y^2)^{1/2}$ ) создает в катушке дополнительный магнитный поток ( $\Phi_{\text{доп}}$ ):

$$\Phi_{\text{доп}} = \xi B_1 S = \xi \cdot 4\pi M_{\perp} S = 4\pi \chi \xi B_1 S,$$

здесь  $\chi = M_{\perp} / B_1$  – динамическая ядерная восприимчивость;  $\xi$  – коэффициент заполнения катушки образцом, учитывающий, что не весь поток  $\Phi_{\text{доп}}$  пересекает поперечное сечение катушки. Появление  $\Phi_{\text{доп}}$  можно рассматривать как изменение величины индуктивности катушки на величину  $L_{\text{доп}}$ :

$$L = \frac{\Phi + \Phi_{\text{доп}}}{I} = \frac{B_1 S}{I} + \frac{4\pi \chi \xi B_1 S}{I} = L_0 + L_{\text{доп}}.$$

Здесь  $I$  – ток в катушке;  $S$  — площадь ее поперечного сечения. Таким образом, в формуле (3.3.1) вместо  $L$  следует записать

$$L = L_0 (1 + 4\pi \chi \xi),$$

и тогда вместо (3.3.1) получим

$$Y = \frac{\omega L_0 + i \cdot 4\pi \chi \xi R}{R \omega L_0}.$$

Напряжение на контуре ( $U$ ) рассчитывается как

$$U = \frac{I}{Y} = \frac{IR}{1 + i \cdot 4\pi \chi \xi Q},$$

где  $Q = R / (\omega L)$  – добротность контура. В отсутствие сигнала ядерного резонанса  $U = IR = U_0$ . Поскольку величина  $\chi$  имеет порядок  $10^{-5} \div 10^{-7}$ , то  $4\pi \chi \xi Q \ll 1$  даже при добротности  $Q > 100$ , поэтому можно положить

$$U \approx U_0(1 - i \cdot 4\pi\chi\xi Q). \quad (3.3.2)$$

Ядерная восприимчивость носит комплексный характер:  $\chi = \chi' - i\chi''$ , поэтому

$$\begin{aligned} U &= U_0 [1 - 4\pi\xi Q(\chi'' - i\chi')] = U_0 + U_\chi, \\ U_\chi &= U_{\chi''} - iU_{\chi'}, = -4\pi\xi QU_0(\chi'' + i\chi'). \end{aligned} \quad (3.3.3, 3.3.4)$$

Из (3.3.2), (3.3.3) видно, что напряжение на контуре изменяется на величину  $U_{\chi''} = -4\pi\chi\xi QU_0\chi''$ , которая и является мерой ядерно-резонансного поглощения.

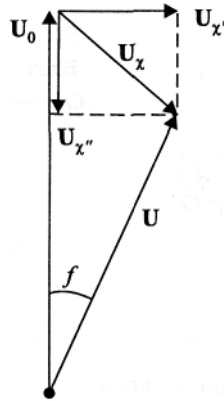


Рис. 3.8. Векторная диаграмма

На рис. 3.8 приведена векторная диаграмма, поясняющая соотношение компонент  $U_0$ ,  $U_\chi$ ,  $U_{\chi'}$  и  $U_{\chi''}$ . При периодически наступающем ядерном резонансе напряжение на контуре изменяется на величину  $U_{\chi''}$ , вызывая его амплитудную модуляцию, а компонента  $U_{\chi'}$  обуславливает изменение фазы  $U_0$  на угол  $\varphi$ . Глубина модуляции очень мала (порядка  $10^{-2} \div 10^{-4}$ ), поэтому предварительное усиление сигнала быстро приводит к перегрузке усилителя, что является одним из основных недостатков такого спинового детектора. Однако простота схемы, однозначность наблюдения сигнала поглощения, отсутствие сложных настроек и относительно широкая резонансная кривая контура, уменьшающая влияние на работу детектора микрофонного эффекта и колебаний температуры, являются несомненными достоинствами этого простейшего спинового детектора. Поэтому он используется при некоторых технических применениях ЯМР, при работе устройств в широкой области температур.

Для увеличения глубины модуляции  $U_0$  полезным сигналом могут применяться разные варианты мостовых схем, один из которых приведен на рис. 3.9.

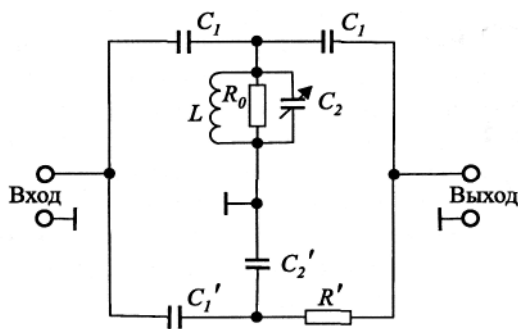


Рис. 3.9. Мостовая схема регистрации

Следует иметь в виду, что полная компенсация напряжения  $U_0$  на выходе моста приводит к тому, что результирующий сигнал является смесью сигналов дисперсии и поглощения:  $|U_\chi| = (U_{\chi'}^2 + U_{\chi''}^2)^{1/2}$ , что неудобно для анализа спектров. Поэтому с помощью элементов  $C_1$  и  $C_2$  достигается некоторый разбаланс моста, так что на выходе напряжение  $U = U_z + U_\chi$  ( $U_z$  – напряжение разбаланса,  $U_z \ll U_0$ ). Если  $|U_z| \gg |U_\chi|$ , то  $|U| = |U_z| + |U_\chi|$  приблизительно равно проекции  $U$  на направление вектора  $U_z$ . Тогда

$$U \approx U_z - U_{\chi''} \cos \varphi - U_{\chi'} \sin \varphi$$

Здесь возможны два крайних случая:

- а)  $\varphi = 0, \pi; U = U_z \pm U_{\chi''}$
- б)  $\varphi = \pi/2, 3\pi/2; U = U_z \pm U_{\chi'}$

Таким образом, в зависимости от характера фазовой балансировки моста амплитудная модуляция напряжения на выходе вызывается сигналом поглощения либо сигналом дисперсии. Очевидно и обратное: если измерять каким-нибудь образом фазовый сдвиг напряжения, то в случае а) получим сигнал дисперсии, в случае б) – сигнал поглощения.

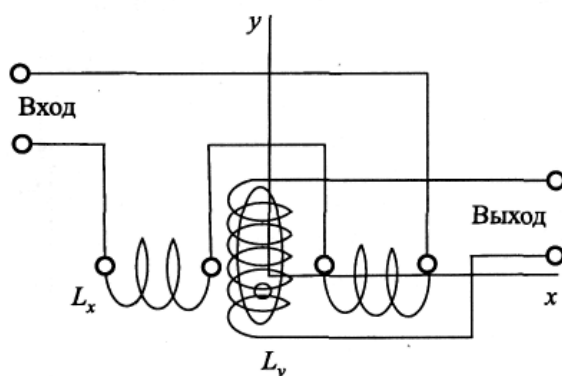


Рис. 3.10. Система скрещенных катушек Блоха

Одной из своеобразных разновидностей мостового спинового детектора является система из скрещенных катушек Блоха (рис. 3.10). Оси передающей ( $L_x$ ) и приемной ( $L_y$ ) катушек расположены под углом  $90^\circ$ , так что в идеале при таком расположении от-

существует прямая наводка сигнала высокочастотного генератора из передающей катушки в приемную. Поле  $B_1$ , создаваемое катушкой  $L_x$ , подключенной к генератору, индуцирует в образце поперечную компоненту ядерной намагниченности  $M_{\perp} = M_x + iM_y$ . Вращающаяся компонента  $M_{\perp}$  создает в приемной катушке  $L_y$  с поперечным сечением  $S$  и числом витков  $N$  переменный магнитный поток  $\vec{B}_y = 4\pi M_{\perp}$ , который индуцирует на ее концах ЭДС:

$$U_y \approx -4\pi NSdM_y / dt = \pm 4\pi NS(u \cos(\omega t) - v \sin(\omega t)) \quad (3.3.5)$$

Знак «плюс» или «минус» зависит от знака гиромагнитного отношения. Из (3.3.5) видно, что индуцируемая в катушке ЭДС состоит из двух компонент:  $U_y(u)$  и  $U_y(v)$ .

Таким образом, как и в мостовых спиновых детекторах, при полной компенсации напряжения генератора на выходе системы со скрещенными катушками наблюдается смесь сигналов поглощения и дисперсии. Для получения однозначных сигналов  $U_x'$  или  $U_x''$  необходимо подать на катушку  $L_y$  некоторое напряжение от генератора, реализуемое путем амплитудного или фазового разбаланса системы. Компенсация напряжения генератора  $U_G$  на выходе такого спинового детектора осуществляется не только путем тщательного механического изготовления системы из двух взаимно перпендикулярных катушек, но и в результате применения различных электрических устройств (компенсаторов).

Рассмотрим спиновый детектор еще одного типа – генератор слабых колебаний (автодин). Он впервые был применен Е. К. Завойским для наблюдения электронного парамагнитного резонанса в 1944 г., а затем и для регистрации сигналов, обусловленных ядерным магнетизмом.

Как было установлено, при появлении сигнала ЯМР изменяются сопротивление и резонансная частота параллельного колебательного контура. В генераторе слабых колебаний это вызывает изменение амплитуды и частоты генерируемого напряжения, что после соответствующего детектирования позволяет получить сигналы поглощения или дисперсии. Одна из простейших схем такого генератора приведена на рис. 3.11, где  $L_0$ ,  $C_0$  – индуктивность и емкость колебательного контура;  $R_1$ ,  $R_2$  – сопротивления обратной связи; Др1, Др2 – высокочастотные дроссели;  $C$  – конденсатор фильтра высокой частоты.

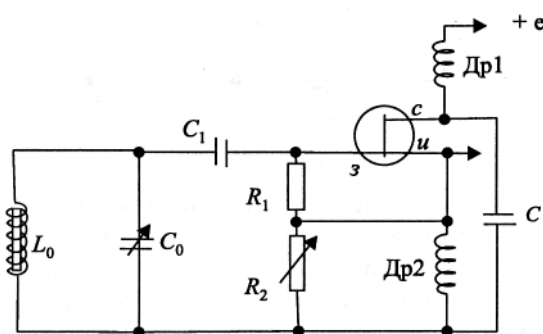


Рис. 3.11. Схема генератора

По существу, генератор слабых колебаний – автодин – является обычным электронным генератором типа генератора Гартля, теория которого хорошо разработана. Особенность автодина состоит в том, что он генерирует напряжение с небольшой ам-

плитудой (десятки или сотни милливольт), и в таком режиме его работы даже очень малые изменения параметров колебательного контура генератора приводят к значительным изменениям амплитуды генерируемого им напряжения.

Из теории работы генератора Гартлея известно, что устойчивые собственные колебания возникают при повышении значения коэффициента обратной связи ( $k$ ) до некоторой критической величины ( $k_{кр}$ ), т. е. при

$$k > k_{кр} = \frac{R_0 C}{SL} = \frac{1}{S_y Z_k}, \quad (3.3.6)$$

здесь  $R_0$  и  $C$  – параметры параллельного колебательного контура;  $Z_k$  – его эквивалентное сопротивление;  $S_y$  – крутизна характеристики усилительного элемента (лампы или транзистора). Зависимость амплитуды переменного напряжения на контуре от коэффициента обратной связи для «мягкого» режима самовозбуждения генератора представлена на рис. 3.12. Мы уже отмечали, что при ядерном магнитном резонансе эквивалентное сопротивление параллельного контура уменьшается. Согласно формуле (3.3.6) это приводит к увеличению критического значения коэффициента обратной связи на величину  $\Delta k_{кр}$ . При этом весь график зависимости амплитуды напряжения на контуре от коэффициента обратной связи смещается вправо (пунктирная кривая), и для установленной в генераторе величины коэффициента обратной связи  $k_0$  амплитуда колебаний генератора уменьшится на величину  $\Delta U$ . Из рисунка также видно, что изменение  $\Delta U$  под влиянием ядерного магнитного резонанса будет тем больше, чем ближе к значению  $k_{кр}$  было установлено значение коэффициента обратной связи автодина  $k_0$ . Следовательно, наибольшая чувствительность спинового детектора достигается при работе у порога срыва колебаний генератора.

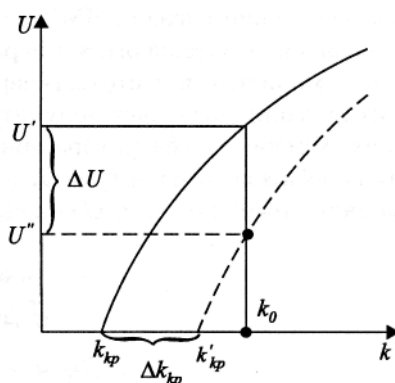


Рис. 3.12. Зависимость амплитуды переменного напряжения на контуре от коэффициента обратной связи

Благодаря своей простоте и достаточно высокой чувствительности автодинные спиновые детекторы широко применялись исследователями в первые годы развития радиоспектроскопии и успешно используются в настоящее время в ЯМР-спектроскопии при изучении твердых тел и жидких кристаллов, а также в ЯМР-магнитометрии. Применение же автодинов в радиоспектроскопии высокого разрешения сильно ограничено вследствие эффекта «затягивания» частоты генератора, который обусловлен наличием в генераторе двух резонансных систем: колебательного LC-контура и спиновой системы, которая также может рассматриваться как высокодобротный колебательный контур. Между этими контурами имеется индуктивная связь. Из

теории работы систем со связанными контурами известно, что если коэффициент связи между контурами  $k > k_{кр} = 1/Q_2$ , где  $Q_2$  – добротность второго контура, то появляется неоднозначность генерируемой частоты, т. е. генератор может генерировать напряжение на частотах  $\omega_1$  или  $\omega_2$ . Это и ограничивает применение автодина для исследований жидкостей с очень узкими резонансными линиями, у которых эквивалентная добротность  $Q_2$  велика.

### 3.3.2. Прохождение через резонанс

Для наблюдения формы контура спектральной линии ЯМР необходимо периодическое прохождение через резонанс. Эта ситуация может осуществляться как с помощью периодической модуляции величины постоянного поля  $B_0$  вблизи резонансного значения  $B_0 = \omega_0/\gamma$ , так и с помощью модуляции частоты генератора. Последний способ менее удобен и применяется реже, поскольку требует больших аппаратных затрат и имеет ряд недостатков (паразитная амплитудная модуляция, сравнимая с величиной сигнала, нелинейность характеристики и т. д.).

Для правильного воспроизведения формы спектральной линии необходимо выполнить два условия: во-первых, амплитуда радиочастотного поля  $B_1$  должна быть достаточно мала, чтобы не проявлялись эффекты насыщения, во-вторых, скорость прохождения через резонанс должна быть также малой, иначе возникают искажения, обусловленные переходными процессами в системе ядерных моментов. Как и любая физическая система, ядерная намагниченность обладает некоторой инерционностью, которую можно описать постоянными времени  $T_1$  и  $T_2$ .

Полученные ранее выражения для компонент намагниченности  $u$  и  $v$  описывают стационарное в термодинамическом смысле состояние системы, т. е. процессы образования компонент  $M_{\perp}$  и  $M_z$  уравновешены релаксационными процессами (величина поля  $B_1$  достаточно мала). Если в какой-то момент прохождение через резонанс остановить, то значения компонент  $u$  и  $v$  с этого момента могут сохраняться сколь угодно долго, т. е. между векторами  $u$ ,  $v$  и  $B_1$  имеются определенные фазовые соотношения, сохраняющиеся во времени. Иными словами, поперечная компонента ядерной намагниченности ( $M_{\perp}$ ) «следит» за направлением вектора поля  $B_1$ . При быстром прохождении вблизи резонанса происходит «отрыв»  $M_{\perp}$  от вектора  $B_1$ , и далее  $M_{\perp}$  продолжает самостоятельно прецессировать с изменяющейся угловой частотой  $\omega_0$ . Поскольку частота генератора осталась прежней  $\omega_r$ , то в спиновом детекторе происходит сложение двух колебаний с частотами  $\omega_r$  и  $\omega_0$ , результат которого – биения с возрастающей частотой. Разность фаз между двумя сигналами в случае линейного изменения поля

$$B_0(t) = B_0 + \frac{dB_0}{dt}t$$

есть

$$\varphi(t) = \int_0^t \gamma [B_0(t) + B_0] dt = \frac{1}{2} \gamma \frac{dB_0}{dt} t^2 + \omega_0 t. \quad (3.3.7)$$

Сигнал биений имеет форму (рис. 3.13), описываемую следующим выражением:

$$U = U_0 \exp\left(-\frac{t}{T_2^*}\right) \cos\left(\frac{1}{2}\gamma \frac{dB_0}{dt} t^2 + \omega_0 t\right).$$

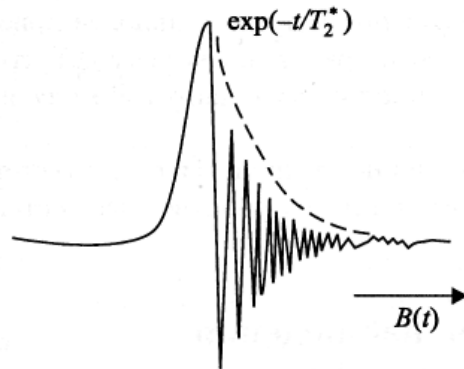


Рис. 3.13. Биения сигнала

Экспоненциальный множитель введен с учетом затухающей прецессии компоненты  $M_{\perp}$ . Таким образом, по спаду огибающей биений можно судить о величине  $T_2^*$ .

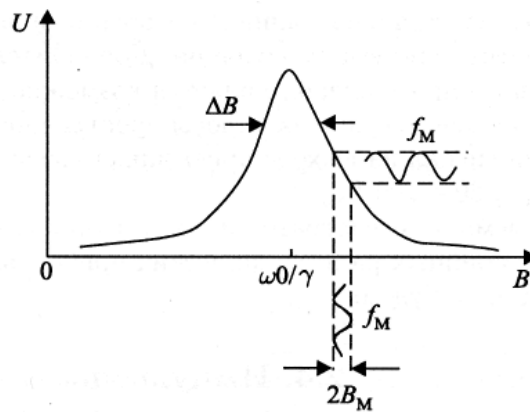


Рис. 3.14. Выбор рабочей точки

Экспериментально наблюдаемая ширина спектральной линии магнитного резонанса, характеризующаяся величиной  $T_2^*$ , обусловлена как природой магнитных взаимодействий в самом веществе, так и неоднородностью магнитного поля  $B_0$ . Если характер неоднородности поля  $B_0$  близок к распределению Лоренца, то дополнительное уширение сигнала может быть описано также некоторой величиной  $T_2^{*'}$ , а суммарная ширина линии – величиной  $T_2^*$ :

$$\frac{1}{T_2^*} = \frac{1}{T_2} + \frac{1}{T_2^{*'}}. \quad (3.3.8)$$

Следует однако иметь в виду, что такой характер уширения происходит далеко не всегда. Чаще имеют место достаточно регулярные изменения величины поля  $B_0$  в пределах образца, в результате которых форма сигнала может быть достаточно сложной, и тогда формула (3.3.8) становится некорректной.



Подробный анализ решений уравнений Блоха с учетом скорости прохождения контура линии приводит к следующему критерию правильного воспроизведения формы линии:

$$\frac{dB_0}{dt} \leq \frac{1}{4\gamma T_2^{*2}}. \quad (3.3.9)$$

В современном спектрометре высокого разрешения время  $T_2^*$  может достигать 1 с и более, следовательно, имеем  $dB_0/dt < 10^{-9} \text{ Тл/с}$  или  $dB_0/dt < 0,05 \text{ Гц/с}$ , т. е., например, для спектра спирта  $\text{C}_2\text{H}_5\text{OH}$ , имеющего ширину  $\sim 150 \text{ Гц}$  (на частоте 60 МГц), время прохождения спектра составит 50 мин. На практике для уменьшения времени прохождения допускают некоторое искажение формы спектральной линии, сопровождающееся осцилляциями («вигляями»).

При наблюдении сигналов ЯМР в твердых телах, характеризующихся малым  $T_2$ , критерий (3.3.9) уже не является определяющим, однако большая ширина спектральных линий  $\Delta B \sim (1/T_2)$  обусловила иной подход к выбору величины амплитуды синусоидальной модуляции поля  $B_m$ . Как видно из рис. 3.14, если  $B_m \ll \Delta B$ , то сигнал на выходе спинового детектора (в качестве которого в этой ситуации чаще всего используется автодин) пропорционален крутизне наклона контура линии в данной точке. При медленном прохождении через весь контур (например, в результате изменения  $\omega_T$ ), сигнал ЯМР будет пропорционален производной контура линии (*дифференциальное прохождение*). Точное соответствие первой производной возможно лишь при  $B_m \rightarrow 0$ , но при этом и амплитуда  $U_m \rightarrow 0$ , поэтому на практике допускается некоторое искажение формы спектральной линии, которое в принципе может быть учтено при известных параметрах системы модуляции. Дополнительным преимуществом метода дифференциального прохождения является возможность повышения чувствительности прибора путем сильного сужения полосы пропускания приемного тракта, поскольку детектированный сигнал на выходе приемника близок к синусоидальному с частотой модуляции  $f_m$  ( $f_m \approx 20 \div 100 \text{ Гц}$ ).

Приемник, регистратор и модулятор принципиально не отличаются от соответствующих серийных радиотехнических приборов, поэтому на их устройстве здесь останавливаться не будем.

### **Контрольные вопросы:**

1. Для чего используют на практике явление ядерного магнитного резонанса?
2. Для чего служит спиновый детектор?
3. От чего зависит ширина спектральных линий ЯМР?

## 4. Приборы управления лазерным излучением

Приборы управления лазерным излучением призваны осуществлять преобразования. Кроме традиционных элементов классической оптики – линз, зеркал, поляризаторов, призм, оптических фильтров, клиньев и тому подобного, – развитие лазерной техники стимулировало создание новых устройств, которые мы рассмотрим в настоящей главе. Их работа основана на использовании электро-, магнито- и пьезооптических эффектов в кристаллах.

### 4.1. Электрооптические, магнитооптические и пьезооптические эффекты

Под *электрооптическими, магнитооптическими и пьезооптическими эффектами* понимают эффекты, связанные с изменением оптических свойств вещества под воздействием внешних электрических и магнитных полей или упругих механических деформаций. Так как в общем случае диэлектрическая проницаемость вещества комплексная, то все эти эффекты могут быть подразделены на две большие группы, связанные с изменением показателей преломления и поглощения. Здесь будем рассматривать только явления, обусловленные изменением вещественной части показателя преломления.

Общим для указанных эффектов является то, что внешние воздействия приводят к изменению симметрии кристалла, следствием чего является изменение его свойств. Коэффициенты оптической индикатрисы для данного кристалла являются постоянными лишь при определенных условиях. Воздействие внешних механических напряжений, электрических и магнитных полей приводит к их изменению. Оптически изотропные кристаллы становятся анизотропными, а оптическая индикатриса одноосных и двухосных кристаллов будет поворачиваться и деформироваться. В этом состоит сущность рассматриваемых эффектов.

#### 4.1.1. Линейный и квадратичный электрооптические эффекты

Электрооптические свойства кристаллов удобно рассматривать, введя вместо тензора диэлектрической проницаемости  $\varepsilon$  тензор диэлектрической непроницаемости  $a$ , компоненты  $a_{ij}$  которого обратны компонентам тензора  $\varepsilon_{ij}$

$$a_{ij} = 1/\varepsilon_{ij} = 1/n^2. \quad (4.1.1)$$

Тензор  $a$ , так же как и тензор  $\varepsilon$ , является симметричным тензором второго ранга, а его компоненты – компонентами тензора диэлектрической непроницаемости, или поляризационными константами. В главной системе координат при  $E=0$

$$\begin{aligned} a_{11} &= 1/\varepsilon_{11} = 1/\varepsilon_x = 1/n_x^2, \\ a_{22} &= 1/\varepsilon_{22} = 1/\varepsilon_y = 1/n_y^2, \\ a_{33} &= 1/\varepsilon_{33} = 1/\varepsilon_z = 1/n_z^2. \end{aligned} \quad (4.1.2)$$

При наложении электрического поля эллипсоид оптической индикатрисы поворачивается и деформируется. Главные оси этого эллипсоида в общем случае не будут

совпадать с главными осями исходного эллипсоида, в системе координат  $x, y, z$  которого уравнение оптической индикатрисы принимает вид

$$a_{11}x^2 + a_{22}y^2 + a_{33}z^2 + 2a_{12}xy + 2a_{23}yz + 2a_{31}zx = 1. \quad (4.1.3)$$

Изменение коэффициента оптической индикатрисы под воздействием внешнего электрического поля в общем случае будет описываться соотношением

$$\Delta a_{ij} = r_{ijk} E_k + R_{ijkl} E_k E_l + \dots, \quad (4.1.4)$$

где  $E_k$  и  $E_l$  — компоненты вектора напряженности внешнего поля  $E$ .

Первое слагаемое в правой части выражает линейный электрооптический эффект, второе — квадратичный электрооптический эффект, остальные слагаемые соответствуют эффектам более высокого порядка.

Коэффициенты  $r_{ijk}$  составляют тензор третьего ранга, компоненты которого называются линейными электрооптическими коэффициентами. Этот тензор симметричен по первым двум индексам и по симметрии аналогичен тензору пьезоэлектрических модулей. В centrosymmetric кристаллах все компоненты тензора коэффициентов линейного электрооптического эффекта обращаются в нуль. Поэтому линейный электрооптический эффект возможен только в кристаллах, не обладающих центром инверсии. Изменение показателя преломления  $\Delta n$  в слабых полях пропорционально приложенному полю.

Для сокращения записи часто вместо трехиндексной системы обозначений  $r_{ijk}$  используют двухиндексную (матричную) систему, заменяя два индекса, по которым тензор симметричен, одним со следующим соответствием: 11→1; 22→2; 33→3; 23→4; 31→5; 12→6. Тогда линейное изменение поляризационных констант под воздействием внешнего электрического поля  $E$  будет определяться выражением

$$\Delta a_i = \sum_{j=1}^3 r_{ij} E_j, \quad (4.1.5)$$

где индекс суммирования  $j$  означает  $x=1$ ;  $y=2$  и  $z=3$ . Уравнение (4.1.5) можно записать в матричной форме:

$$\begin{pmatrix} \Delta a_1 \\ \Delta a_2 \\ \Delta a_3 \\ \Delta a_4 \\ \Delta a_5 \\ \Delta a_6 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} r_{11} & r_{12} & r_{13} \\ r_{21} & & \\ & r_{ij} & \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ r_{61} & \cdots & r_{63} \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} E_1 \\ E_2 \\ E_3 \end{pmatrix} \quad (4.1.6)$$

Матрица 6 x 3 с элементами  $r_{ij}$  есть матрица электрооптических коэффициентов. Зная правила перемножения матриц (4.1.6) и (4.1.5), находим, например,  $\Delta a_4 = r_{41}E_1 + r_{42}E_2 + r_{43}E_3$ . Вид матрицы  $r_{ij}$ , но не числовые значения ее коэффициентов можно определить на основе анализа симметрии кристалла, который показывает, какие из 18 коэффициентов  $r_{ij}$  равны нулю, и характеризует соотношения между остальными коэффициентами. Например, для кристаллов с центром инверсии все коэффициенты  $r_{ij} = 0$ , т. е.

линейный электрооптический эффект отсутствует. Для кристаллов со структурой сфалерита (GaAs, GaP, CdTe и др.) отличны от нуля только три коэффициента, причем все они равны:  $r_{41} = r_{52} = r_{63}$ . Для кристаллов типа титаната бария ( $\text{BaTiO}_3$ ) отличны от нуля  $r_{13} = r_{23}$  и  $r_{11} = r_{32}$ . Для кристаллов типа КДР (дигидрофосфат калия  $\text{KN}_2\text{PO}_4$ )  $r_{41} = r_{52} \neq r_{63}$ , а остальные коэффициенты  $r_{ij} = 0$  и т. д.

Отметим, что линейный электрооптический эффект проявляется в тех же классах кристаллов, в которых существует пьезоэффект, т. е. в пьезоэлектриках.

Таким образом, с приложением электрического поля к кристаллу в уравнении эллипсоида показателя преломления появляются «смешанные» члены  $xu$ ,  $yz$ ,  $xz$ . Это означает, что главные оси эллипсоида при наличии поля не параллельны осям кристалла  $x$ ,  $y$ ,  $z$ . Для того чтобы найти направления и длины главных полуосей нового эллипсоида, необходимо диагонализировать матрицу, элементами которой являются константы эллипсоида (4.1.3).

Рассмотренный линейный электрооптический эффект называется первичным, или истинным. При воздействии электрического поля на механически не закрепленные кристаллы они деформируются за счет обратного пьезоэффекта. Эти деформации из-за упругооптического эффекта приводят к дополнительному изменению оптической индикатрисы (вторичный электрооптический эффект). Так как деформация кристалла зависит от способа его закрепления и частоты внешнего поля, то вторичный электрооптический эффект будет максимален на частоте собственных колебаний кристалла в держателе. В механически зажатом кристалле, когда он не может деформироваться под воздействием поля  $E$ , или на высоких частотах, когда деформация не успевает следовать за изменением поля, будет проявляться только истинный электрооптический эффект.

Квадратичный электрооптический эффект характеризуется тензором четвертого ранга  $R_{ijkl}$ . Он проявляется во всех материалах, в том числе в газах, жидкостях, аморфных и кристаллических твердых телах. Квадратичный электрооптический эффект известен также как эффект Керра. Изменение показателя преломления, вызванное квадратичным эффектом, обычно значительно меньше, чем изменение от линейного эффекта (за исключением случаев, когда последний отсутствует).

Рассмотренные электрооптические эффекты – линейный (Поккельса) и квадратичный (Керра) – обладают малой инерционностью и используются для модуляции и отклонения света. Постоянная времени истинного электрооптического эффекта определяется молекулярным временем релаксации и может составлять  $10^{-10}$  с и менее.

#### 4.1.2. Магнитооптические эффекты

Внешнее магнитное поле также может приводить к изменению оптических характеристик материала. Как и электрооптические эффекты, магнитооптические эффекты подразделяют на эффекты первого порядка (линейные), пропорциональные первой степени напряженности магнитного поля, и эффекты второго и более высоких порядков. Наиболее сильным эффектом первого порядка является эффект Фарадея, заключающийся во вращении плоскости поляризации света, распространяющегося вдоль направления магнитного поля. Угол поворота плоскости поляризации  $\varphi$  пропорционален длине пути света в веществе и индукции магнитного поля:

$$\varphi = V \cdot l \cdot B, \quad (4.1.7)$$

где  $V$  – коэффициент пропорциональности, называемый постоянной Верде.

Типичное значение постоянной Верде для стекол  $10 \text{ град}/(\text{Тл} \cdot \text{см})$  указывает, что для наблюдения эффекта Фарадея обычно нужны сильные магнитные поля. Поскольку управлять магнитным полем сложнее, чем электрическим, эффект Фарадея используют для модуляции света реже, чем электрооптический эффект.

### 4.1.3. Пьезооптические эффекты

В твердых телах под действием упругих механических напряжений изменяется показатель преломления вещества. Это явление называется фотоупругостью, а связанные с ним эффекты – пьезооптическими или упругооптическими эффектами.

Линейный упругооптический (фотоупругий) эффект заключается в том, что показатель преломления среды изменяется пропорционально механической деформации. Если к кристаллу приложить механическое напряжение  $\sigma_i$ , то в нем появятся деформации, что в свою очередь приведет к изменению характеристик эллипсоида показателя преломления. При линейном эффекте изменение коэффициентов оптической индикатрисы может быть записано в виде

$$\Delta a_i = \sum_j \pi_{ij} \sigma_j . \quad (4.1.8)$$

Здесь  $\pi_{ij}$  – пьезооптические коэффициенты, которые являются компонентами соответствующего тензора четвертого ранга и хорошо известны из кристаллографии.

Пьезооптические эффекты можно рассматривать аналогично электрооптическим. Однако в отличие от линейного электрооптического эффекта, который имеет место лишь в кристаллах, не обладающих инверсией, т. е. в пьезокристаллах, линейный пьезооптический эффект наблюдается во всех кристаллах и аморфных средах. В частности, он заметно проявляется в стеклах, плавленом кварце, кремнии и германии. Под действием одномерной деформации изотропная среда становится одноосной с оптической осью, совпадающей с направлением механической деформации. При распространении света в плоскости, перпендикулярной наведенной оптической оси, наблюдается двулучепреломление. Разность показателей преломления для обыкновенного и необыкновенного лучей при этом пропорциональна приложенному напряжению:

$$\Delta n = n_o - n_e = K \sigma . \quad (4.1.9)$$

### 4.1.4. Оптические модуляторы

Модуляция света – это изменение его параметров в зависимости от управляющего (модулирующего) сигнала. С ее помощью производят наложение информации на световую волну или световой поток, осуществляющие перенос этой информации. Из характеристик световой волны видно, что модулировать, т. е. целенаправленно изменять, можно: амплитуду (интенсивность), частоту, фазу, поляризацию, направление распространения и пространственное распределение волны или светового потока. В оптической электронике наибольшее распространение как наиболее эффективные получили амплитудная и фазовая модуляция.

Различают внешнюю и внутреннюю модуляцию. В первом случае (рис. 4.1 а) модулятор находится вне резонатора и осуществляет модуляцию излучения, генерируемого лазером. Во втором случае (рис. 4.1 б) модулятор находится внутри резонатора, изменяя его свойства (например, добротность  $Q$ ) и осуществляя модуляцию генерируемого излучения. Частным и весьма важным случаем внутренней модуляции является так называемая прямая модуляция, при которой сигнал модуляции воздействует на свойст-

ва самой активной среды. Типичный пример – полупроводниковый лазер, где модуляция излучения осуществляется прямым изменением тока накачки.

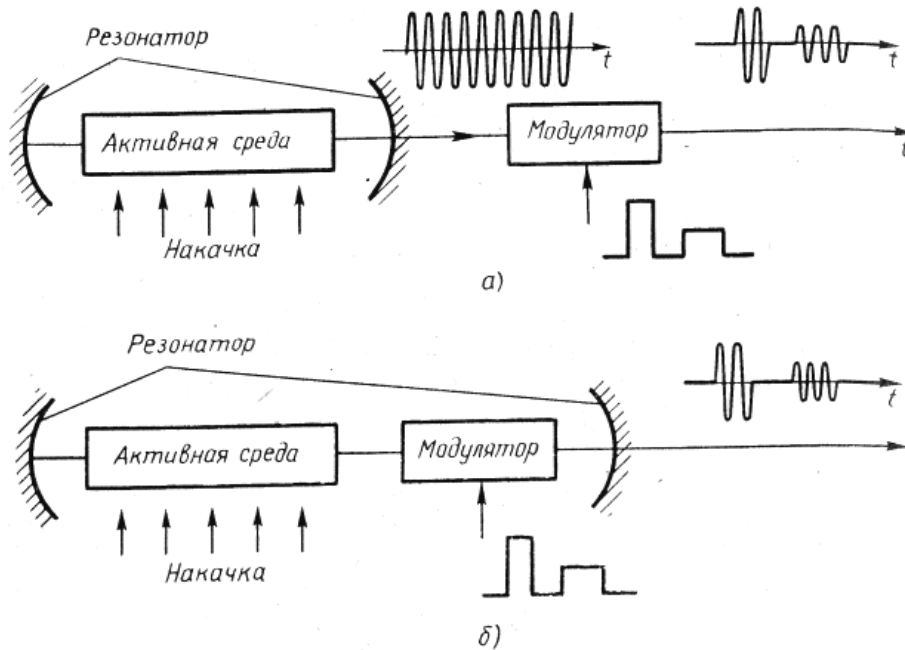


Рис. 4.1. Внешняя (а) и внутренняя (б) модуляции лазерного излучения. Временные диаграммы показывают пример амплитудной модуляции

Важнейшими характеристиками оптических модуляторов являются: а) глубина модуляции

$$\eta = (I_{\max} - I_{\min}) / I_{\max} , \quad (4.1.10)$$

где  $I_{\max}$  и  $I_{\min}$  – интенсивности света при полностью открытом и закрытом состоянии модулятора; б) ширина полосы пропускания или диапазон модулирующих частот  $\Delta\nu$ , которые определяются как разность между верхней и нижней частотами, при которых глубина модуляции уменьшается на 50% от максимального значения; полоса частот  $\Delta\nu$  определяет предельный объем информации, который можно передать с помощью данного модулятора; в) рабочая апертура – тот угол, измеряемый в градусах или стерadians, в пределах которого оптическое излучение может быть введено в модулятор; г) спектральная область – область длин волн, в которой модулятор способен работать; д) рабочее напряжение или напряжение полуволнового смещения – те величины сигнала, которые необходимо подать на вход модулятора, чтобы перевести его из «открытого» состояния в «закрытое»; е) потери, вносимые модулятором, выражаемые, как правило, в децибеллах:

$$\beta = 10 \lg I_0 / I_{\max} , \quad (4.1.11)$$

где  $I_0$  – интенсивность света в отсутствие модулятора,  $I_{\max}$  – интенсивность света, прошедшего через модулятор в открытом состоянии; ж) потребляемая мощность на единицу ширины полосы пропускания модулятора  $P / \Delta f$ , выражаемая обычно в Вт/Гц.

Для осуществления модуляции необходимо, чтобы управляющий сигнал воздействовал на свет. Стало быть, работа оптического модулятора должна основываться на

процессах взаимодействия света с веществом. Возможно использование эффектов, связанных с внешним воздействием на вещественную часть  $n$  комплексного показателя преломления  $n^*$  или комплексной диэлектрической проницаемости. Это рассмотренные выше электрооптические, магнитооптические и пьезооптические эффекты. Соответствующие модуляторы называются электрооптическими, магнитооптическими и пьезооптическими или акустооптическими, если деформация в кристалле создается с помощью акустической волны. Если принцип работы модулятора основан на использовании эффектов, связанных с внешним воздействием на мнимую часть  $\alpha$  комплексного показателя преломления, т. е. связан с процессами оптического поглощения, то такие модуляторы называются абсорбционными.

По соотношению характерных геометрических размеров рабочей области модулятора к длине световой волны и вытекающим отсюда отличиям в системах ввода излучения различают объемные и волноводные модуляторы. Первые работают с плоскими волнами и гауссовыми пучками. Вторые являются составными элементами оптических интегральных схем и волоконной оптики.

Наибольшее значение как отдельные элементы оптической электроники получили электрооптические и акустооптические модуляторы. Рассмотрим их свойства.

### Электрооптические модуляторы.

Это модуляторы, принцип действия которых основан на использовании рассмотренных в 4.1.1 электрооптических эффектов в кристаллах. Рассмотрим модулятор, работающий на основе линейного электрооптического эффекта. Пусть плоскополяризованный свет  $E=E_x$ , распространяющийся в направлении  $z$ , падает на электрооптический кристалл, как это показано на рис. 4.2.

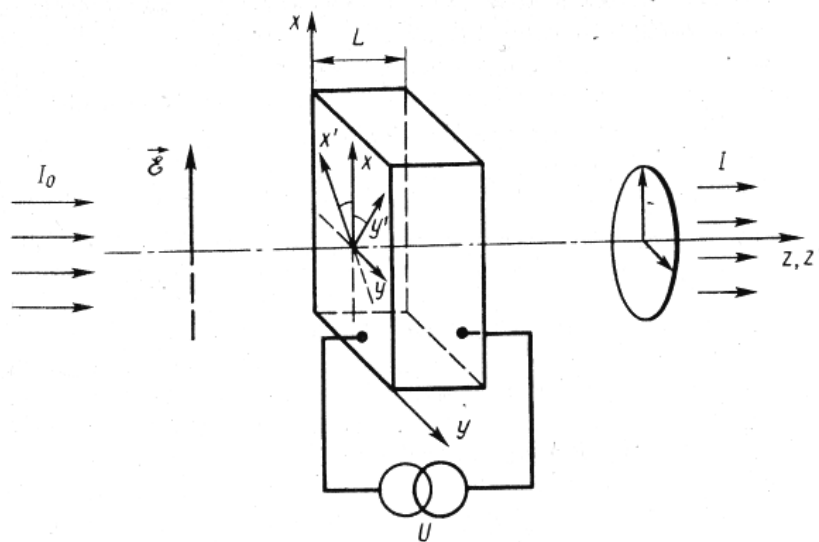


Рис. 4.2. Прохождение плоскополяризованного луча через электрооптический кристалл

Для определенности возьмем кристалл дигидрофосфата калия  $\text{KN}_2\text{PO}_4$ , известный как КДР. Его ось симметрии четвертого порядка совпадает с оптической осью кристалла и направлена по оси  $z$  на рис. 4.2. Две взаимно перпендикулярные оси второго порядка направлены по  $x$  и  $y$ . В одноосном кристалле, каким является КДР,  $n_x=n_y=n_o$  и  $n_z=n_e$ . В матрице электрооптических коэффициентов (4.1.6) отличны от нуля только три

элемента  $r_{ij}$ , а именно  $r_{41} = r_{52}$  и  $r_{63}$ . При приложении поля  $E_z$  вдоль направления  $z$  уравнение эллипсоида показателя преломления запишется в виде:

$$(a_x^2 + a_y^2)/n_0^2 + a_z^2/n_e^2 + 2r_{63}a_xa_yE_z = 1. \quad (4.1.12)$$

Чтобы это уравнение привести к диагональному виду, необходимо выбрать систему координат  $x'y'z'$  с осью  $z$ , совпадающей с  $z$  и осями  $x'$  и  $y'$ , повернутыми на  $45^\circ$  относительно  $x$  и  $y$ , как показано на рис. 4.2. В этой системе координат уравнение (4.1.12) преобразуется к диагональному виду

$$a_{x'}^2/n_{x'}^2 + a_{y'}^2/n_{y'}^2 + a_z^2/n_z^2 = 1. \quad (4.1.13)$$

Осуществив математические преобразования, связанные с переходом из системы координат  $xy$  в систему  $x'y'$ , находим

$$\begin{aligned} 1/n_{x'}^2 &= n_0^2 + r_{63}E_z \\ 1/n_{y'}^2 &= n_0^2 - r_{63}E_z \end{aligned} \quad (4.1.14)$$

Учитывая, что  $r_{63}E_z \ll 1/n_0^2$ , получаем

$$\begin{aligned} n_{x'} &= n_0 - \frac{n_0^3}{2}r_{63}E_z, \\ n_{y'} &= n_0 + \frac{n_0^3}{2}r_{63}E_z, \\ n_z &= n_e. \end{aligned} \quad (4.1.15)$$

Аналогичные соотношения можно получить из (4.1.1) и (4.1.4):

$$\Delta a_{ij} = \Delta \left( \frac{1}{n^2} \right) = \frac{-2\Delta n_x}{n^3} = r_{ijk}E_z,$$

откуда находим изменение показателя преломления  $\Delta n$ , вызванное электрическим полем

$$\Delta n = n(E) - n_0(0) = \pm \frac{1}{2}r_{ijk}n_0^3E_z,$$

в точном соответствии с (4.1.15), где  $r_{ijk}=r_{63}$ .

Таким образом, если на электрооптический кристалл падает световая волна, поляризованная в плоскости  $xz$ , то, раскладывая ее на две компоненты  $E_{x'}$  и  $E_{y'}$ , как показано на рис. 4.2, получаем для них изменение показателя преломления

$$\Delta n_{y'} = -\Delta n_{x'} = \frac{1}{2}r_{63}n_0^3E_z \quad (4.1.16)$$

в вызванные этим изменением фазовые сдвиги для  $E_{y'}$ - и  $E_{x'}$ -компонент световой волны:



$$\Delta\varphi_{y'} = -\Delta\varphi_{x'} = \frac{2\pi}{\lambda} \Delta n L, \quad (4.1.17)$$

так что общий фазовый сдвиг

$$\Delta\varphi = \Delta\varphi_{y'} - \Delta\varphi_{x'} = \frac{2\pi}{\lambda} r_{63} n_0^3 E_z L = \frac{2\pi}{\lambda} r_{63} n_0^3 U \quad (4.1.18)$$

пропорционален приложенному напряжению  $U$ . Если на вход такого модулятора падает плоская монохроматическая волна

$$E = E_0 \cos(\omega t),$$

то по прохождении электрооптического кристалла  $x'$ - и  $y'$ -компоненты этой волны

$$\begin{aligned} E_{x'} &= \frac{E_0}{\sqrt{2}} \cos(\omega t + \varphi_0 + \Delta\varphi_{x'}), \\ E_{y'} &= \frac{E_0}{\sqrt{2}} \cos(\omega t + \varphi_0 + \Delta\varphi_{y'}) \end{aligned} \quad (4.1.19)$$

имеют фазовый сдвиг, непосредственно зависящий от приложенного напряжения, так что по схеме рис. 4.2 можно осуществлять фазовую модуляцию световой волны.

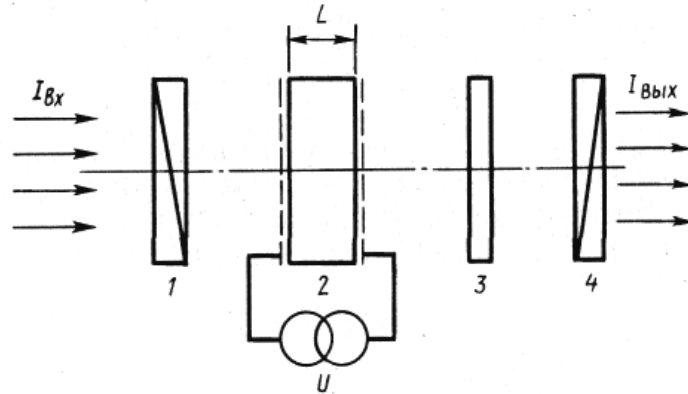


Рис. 4.3. Схема электрооптического амплитудного модулятора:  
1 – входной поляризатор; 2 – электрооптический кристалл;  
3 – четвертьволновая пластинка; 4 – выходной поляризатор (анализатор)

Типичная схема амплитудного электрооптического модулятора приведена на рис. 4.3. Электрооптический кристалл 2 с таким расположением, как это приведено на рис. 4.2, помещен между двумя скрещенными друг относительно друга поляризаторами 1 и 4. Поляризатор 1 пропускает лишь волну, поляризованную в вертикальной плоскости  $xz$ , а анализатор 4 – волну, поляризованную в горизонтальной плоскости  $yz$ . Будем сначала считать, что элемент 3 в схеме рис. 4.3 отсутствует. Тогда через анализатор будут проходить  $E_{y'}/\sqrt{2}$  и  $(-E_{x'}/\sqrt{2})$  – составляющие, как нетрудно убедиться из рис. 4.2. Тогда с учетом (4.1.19) прошедшая через анализатор волна запишется в виде

$$E_y = \frac{E_0}{2} [\cos(\omega t + \varphi_0 + \Delta\varphi_{y'}) - \cos(\omega t + \varphi_0 + \Delta\varphi_{x'})]. \quad (4.1.20)$$

При  $\Delta\varphi_{y'} = -\Delta\varphi_{x'} = \Delta\varphi/2$  из (4.1.20) имеем

$$E_y = -E_0 \sin\left(\frac{\Delta\varphi}{2}\right) \sin(\omega t + \varphi_0). \quad (4.1.21)$$

Интенсивность прошедшего излучения, которое определяется усреднением  $E_y^2$  за период  $T = 2\pi/\omega$ , будет

$$I = \frac{1}{T} \int_0^T E_y^2 dt = I \sin^2\left(\frac{\Delta\varphi}{2}\right), \quad (4.1.22)$$

где  $I_0$  – интенсивность света, падающего на кристалл (отражением и поглощением в кристалле и оптических элементах схемы пренебрегаем). С учетом (4.1.18), (4.1.22) получаем зависимость оптического пропускания модулятора от приложенного напряжения

$$\frac{I}{I_0} = \sin^2\left(\frac{\pi}{\lambda} r_{63} n_0^3 U\right), \quad (4.1.23)$$

которое можно переписать в виде

$$\frac{I}{I_0} = \sin^2\left(\frac{\pi}{2} \frac{U}{U_{\lambda/2}}\right), \quad (4.1.24)$$

где

$$U_{\lambda/2} = \lambda / (2r_{63} n_0^3) \quad (4.1.25)$$

называется напряжением полуволнового смещения. При  $U = U_{\lambda/2}$  сдвиг фаз соответствует  $\lambda/2$ , плоскость поляризации падающей волны после прохождения электрооптического кристалла поворачивается на  $90^\circ$  и пропускание модулятора максимально. Как видно из (4.1.25),  $U_{\lambda/2}$  определяется свойствами материала, из которого изготовлен модулятор. Из предыдущего изложения ясно, что величина  $U_{\lambda/2}$  должна зависеть также от ориентации кристалла относительно напряженностей  $E$  светового и внешнего электрического полей. Оптимальная конфигурация показана на рис. 4.2.

Поскольку оптическое пропускание системы зависит от приложенного напряжения, то она может осуществлять амплитудную модуляцию света. При малых  $U / U_{\lambda/2}$  из (4.1.24) имеем  $I / I_0 \sim (U / U_{\lambda/2})^2$ , т. е. модуляция не линейна. Функция (4.1.24) представлена на рис. 4.4. Видно, что для осуществления эффективной модуляции рабочую точку надо сдвинуть на  $0,5 U_{\lambda/2}$ . Для этого можно подать на модулятор постоянное смещение, на которое накладывать переменный сигнал модуляции. Гораздо удобнее другой путь: между электрооптическим кристаллом и одним из поляризаторов ставится четвертьволновая пластинка, как показано на рис. 4.3. Она осуществляет фазовый сдвиг между  $E_{x'}$ - и  $E_{y'}$ -компонентами на  $\lambda/2$ , что эквивалентно сдвигу рабочей точки модулятора на  $U_{\lambda/2}$ , как показано на рис. 4.4. В этом случае фазовый сдвиг между  $E_{x'}$ - и  $E_{y'}$ -компонентами будет

$$\Delta\varphi_{y'} - \Delta\varphi_{x'} = \frac{\pi}{2} + \Delta\varphi = \frac{\pi}{2} + \pi \frac{U}{U_{\lambda/2}},$$

а оптическое пропускание

$$T = \frac{I}{I_0} = \sin^2\left(\frac{\pi}{4} + \frac{\pi U}{2 U_{\lambda/2}}\right) = \frac{1}{2}\left(1 + \sin\frac{\pi U}{U_{\lambda/2}}\right) \approx 0,5 + \frac{\pi U}{2 U_{\lambda/2}}, \quad (4.1.26)$$

т. е. при  $U / U_{\lambda/2} \ll 1$  электрооптический модулятор по схеме рис. 4.3 осуществляет амплитудную модуляцию, пропорциональную приложенному напряжению  $U$ .

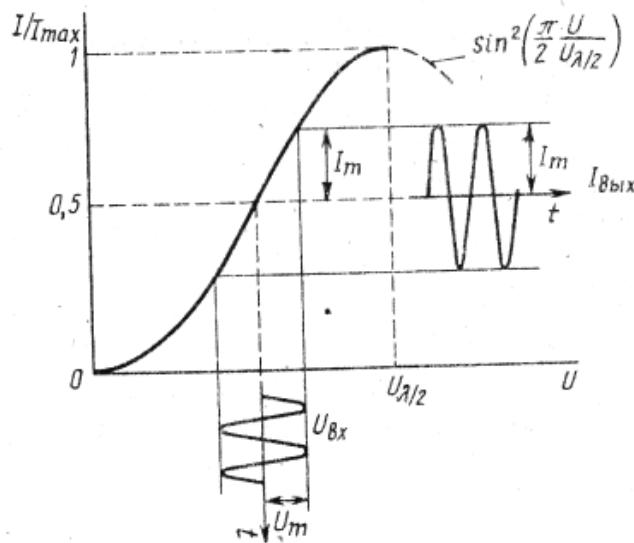


Рис. 4.4. Зависимость оптического пропускания электрооптического модулятора от приложенного напряжения. Рабочая точка сдвинута за счет введения четвертьволновой пластинки так, что при  $V = 0$   $T = I / I_{max} = 0,5$ .

Показано, как внешнее синусоидальное напряжение модулирует интенсивность прошедшего света

Модулятор, схема которого приведена на рис. 4.3, называется модулятором с продольным полем. Он применяется для широких световых пучков. Очевидны два недостатка такого модулятора. Во-первых, электроды, с помощью которых прикладывается электрическое напряжение к кристаллу, должны пропускать свет, т. е. быть полупрозрачными, что вызывает нежелательные потери. Во-вторых, для работы такого модулятора требуются большие напряжения. Например, для модулятора на основе кристалла КДР, для  $\lambda = 1,06$  мкм  $U_{\lambda/2} = 14,5$  кВ.

Избавиться от этих недостатков можно в модуляторе с поперечным полем, типичная схема которого приведена на рис. 4.5. В этом случае электрическое поле прикладывается перпендикулярно направлению распространения света, электроды не препятствуют его прохождению, а фазовая задержка, пропорциональная произведению поля на длину кристалла, зависит от отношения  $L/D$  и может быть увеличена при использовании длинных кристаллов.

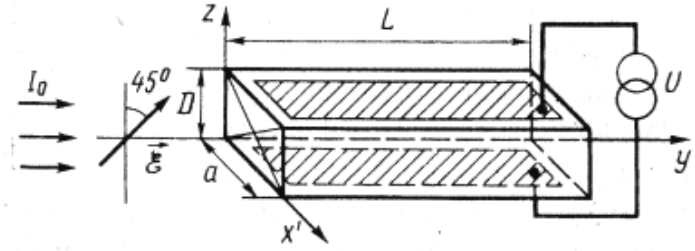


Рис. 4.5. Схема электрооптического модулятора с поперечным полем  
Для кристалла КДР обозначения осей  $x'y'z$  соответствуют рис. 4.2

В случае кристалла КДР его ориентация относительно направления распространения света и напряженности поля  $E$  показана на рис. 4.5. Внешнее поле прикладывается, как и ранее, вдоль оси 2, совпадающей с оптической осью кристалла. Свет распространяется вдоль оси  $y'$ , вектор его поляризации находится в плоскости  $x'z$  под углом  $45^\circ$  к оси  $z$ . В этом случае из (4.1.15) находим фазовую задержку

$$\Delta\varphi = \varphi_z - \varphi_{x'} = \frac{2\pi}{\lambda}(n_0 - n_e)L - \frac{2\pi}{\lambda}r_{63}n_0^3 \frac{UL}{D}. \quad (4.1.27)$$

Обратим внимание, что  $\Delta\varphi$  содержит слагаемое, не зависящее от приложенного напряжения  $U$ . Сравнение (4.1.18) с (4.1.27) показывает, что напряжение полуволнового смещения в модуляторе с поперечным полем может быть уменьшено в  $L/D$  раз. К сожалению, эти модуляторы обладают очень малой апертурой и работают лишь с параллельными пучками.

Важным параметром модулятора, как говорилось выше, является требуемая управляемая мощность. Ее можно оценить, представив модулятор в виде конденсатора емкостью  $C$ , включенного в колебательный контур, ширина полосы пропускания которого  $2\pi\Delta\nu = \Delta\omega = 2/RC$ . Тогда требуемая управляемая мощность будет равна

$$P = \frac{U^2}{3R} = \frac{\pi}{2}U^2 C \Delta\nu. \quad (4.1.28)$$

Учитывая, что емкость конденсатора  $C = \varepsilon_0 \varepsilon_r (a L / D)$ , а переменная составляющая фазового сдвига из (4.1.27) с учетом (4.1.25) равна

$$\Delta\varphi = \pi \frac{U}{U_{\lambda/2}} \frac{L}{D},$$

получаем

$$P = \frac{\pi}{2} \varepsilon_0 \varepsilon_r V_{\lambda/2}^2 \Delta\nu \frac{aD}{L} \left( \frac{\Delta\varphi}{\pi} \right)^2. \quad (4.1.29)$$

Отсюда следует, что потребляемая модулятором мощность пропорциональна ширине полосы пропускания и квадрату глубины модуляции  $\Delta\varphi$ . Поэтому можно ввести критерий качества модулятора

$$q = \frac{P}{\Delta\nu(\Delta\phi)^2}. \quad (4.1.30)$$

Из (4.1.27) видно, что для понижения рабочего напряжения целесообразно использовать тонкие и длинные кристаллы. Это же, согласно (4.1.29), приводит к уменьшению потребляемой мощности. В пределе толщина  $D$  ограничена длиной волны, и мы приходим к волноводным модуляторам.

Рабочим элементом волноводного электрооптического модулятора является тонкопленочный оптический волновод. Наибольшее распространение получили модуляторы на основе кристаллов сегнетоэлектриков и полупроводниковых соединений  $A^{III}B^V$ . Волноводные модуляторы на сегнетоэлектриках, как правило, изготавливаются на основе кристаллов ниобата или танталата лития –  $\text{LiNbO}_3$  и  $\text{LiTaO}_3$ , – обладающих хорошим сочетанием электрооптических свойств. Для волноводных модуляторов с планарным волноводом достигнуты следующие параметры: рабочий диапазон длин волн от 0,4 до 1,5 мкм; полоса частот  $\Delta\nu = 1...5 \text{ ГГц}$ ; напряжение полуволнового смещения  $U_{\lambda/2} = 10...20 \text{ В}$ , потребляемая мощность на единицу полосы частот  $P / \Delta f = 0,2 ... 2 \text{ Вт/ГГц}$ . К сожалению, в таких модуляторах потери света достигают 20 дБ и более.

Поскольку волноводные модуляторы наиболее часто применяются как элементы оптических интегральных схем, то особое значение приобретают полупроводниковые модуляторы, технология изготовления которых совместима с интегральной технологией электронных микросхем. Так как в кристаллах с центром инверсии электрооптический эффект отсутствует, то модуляторы не могут быть изготовлены на основе кремния или германия. Наиболее эффективны модуляторы на основе двойных гетероструктур, подобных тем, которые применяются в ДГС-лазерах. Как указывалось в параграфе 2.5, рабочий слой обладает хорошими волноводными свойствами. Если этот слой сделать высокоомным, а прилегающие широкозонные области будут играть роль омических контактов, то такая структура при соответствующей ориентации кристалла будет работать как модулятор с поперечным полем. Наиболее часто такие модуляторы изготавливают на основе арсенида галлия в системе  $\text{Al}_x\text{Ga}_{1-x}\text{As} - \text{GaAs}$ . Они работают в диапазоне от 1,0 до 10,6 мкм. Длина рабочего элемента  $1 \div 20 \text{ мм}$  при толщине активной области  $10 \div 100 \text{ мкм}$ . В интегрально-оптическом исполнении толщина может быть уменьшена до единиц и долей мкм. На длине волны  $\lambda = 1,15 \text{ мкм}$  достигнуты следующие характеристики:  $U_{\lambda/2} = 10 \text{ В}$  при  $\eta \approx 95\%$ ,  $\Delta\nu \approx 4 \text{ ГГц}$ ,  $P / \Delta\nu = 0,2 \text{ Вт/ГГц}$ . Как и в волноводных модуляторах на основе сегнетоэлектриков, потери в полупроводниковых модуляторах составляют около 20 дБ. В основном они вызваны поглощением на свободных носителях заряда.

В видимой области GaAs использовать нельзя, поэтому для аналогичных целей может быть применен фосфид галлия ( $\text{GaP}$ ) и гетероструктуры в системе  $\text{Al}_x\text{Ga}_{1-x}\text{P} - \text{GaP}$ .

Возможны и другие типы полупроводниковых модуляторов, основанные, например, на использовании сильного электрического поля в  $p$ - $n$ -переходе при приложении к нему напряжения в обратном направлении, на инжекции носителей заряда через  $p$ - $n$ -переход, на смещении края собственного поглощения под действием электрического поля (эффект Франца – Келдыша) и др. У каждого из них имеются определенные достоинства и недостатки. Универсального модулятора, пригодного для всех потенциально возможных применений, не существует.

### **Магнитооптические модуляторы.**

Эти модуляторы работают на рассмотренном в параграфе 4.1 эффекте Фарадея. Значения постоянной Верде в (4.1.7) изменяются от 4,0 рад/мТл для кварца до 82 рад/мТл для ZnS ( $\lambda = 589,3$  нм). Поэтому для ощутимого поворота плоскости поляризации  $\varphi$  необходимы сильные магнитные поля, коммутировать которые сложнее, чем электрические.

Схема построения амплитудного магнитооптического модулятора выглядит аналогично приведенной на рис. 4.3 с той разницей, что электрооптический кристалл должен быть заменен на магнитооптический элемент, помещенный в магнитное поле, направление которого совпадает с осью модулятора. Линейность эффекта Фарадея не требует применения четвертьволновой пластинки.

### **Акустооптические модуляторы.**

Их принцип действия основан на акустооптическом эффекте, связанном с изменением показателя преломления оптической среды под влиянием механических напряжений, сопровождающих прохождение акустической волны через эту среду. Акустическая волна длиной  $\Lambda$  вызывает пространственное изменение показателя преломления, обусловленное пьезооптическими эффектами (параграф 4.1). Обычно используется линейный упругооптический (фотоупругий) эффект. С помощью акустической волны, генерируемой, например, каким-либо пьезоэлектрическим устройством, в оптическом элементе модулятора создается заданный профиль показателя преломления. Проще всего осуществить периодическое изменение  $\Delta n$ , создавая для света своеобразную дифракционную решетку. Проходя через эту решетку или отражаясь от нее, световая волна будет испытывать дифракцию и отклоняться. Это отклонение с помощью системы линз и диафрагм может быть преобразовано в амплитудную модуляцию. Изменяя шаг решетки и ее глубину путем изменения частоты и амплитуды акустической волны, возможно осуществлять модуляцию света. Очевидно, что на этом же принципе могут работать системы отклонения и сканирования света. Поэтому более подробно мы их рассмотрим в следующем параграфе.

## **4.2. Дефлекторы**

Оптические дефлекторы предназначены для управления направлением распространения светового луча в пространстве (сканирования). Простейший дефлектор представляет собой зеркало, угловым поворотом которого можно осуществлять угловое перемещение (отклонение) отраженного от него светового луча, реализуя, например, строчную развертку оптического изображения. Такие системы могут быть довольно эффективны до частот порядка единиц килогерц. При больших частотах применяют электрооптические и акустооптические дефлекторы.

Практически все способы управления распространением световых потоков основаны на использовании явлений рефракции света в неоднородных структурах. Чтобы изменять направление светового пучка в пространстве, необходимо управляемо изменять пространственное распределение показателя преломления. Если взять прямоугольную пластинку длиной  $L$ , показатель преломления которой в поперечном направлении  $x$  линейно изменяется по закону  $n(x) = n_0 + ax$ , то плоская световая волна, распространяющаяся вдоль направления  $L$ , будет отклоняться на угол

$$\varphi = -L \cdot dn/dx \quad (4.2.1)$$

Эту пластину можно изготовить из двух склеенных по диагонали призм (рис. 4.6), сделанных из электрооптических кристаллов, оптические оси  $z$  которых направлены навстречу друг другу и перпендикулярны плоскости  $xу$ .

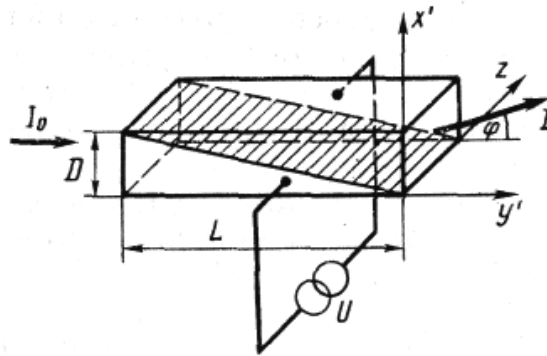


Рис. 4.6. Схема электрооптического дефлектора на двойной призме из кристаллов КДР. Обозначения осей  $x'$  и  $y'$  соответствуют рис. 4.2, а оси  $z$  у верхней и нижней призм направлены противоположно

Кристаллы ориентированы так, что оси  $x'$  и  $y'$  на рис. 4.2 совпадают с осями  $x$  и  $y$  на рис. 4.6. Прикладывая электрическое поле в направлении  $z$ , согласно (4.1.16), в такой системе можно изменять показатель преломления для лучей, распространяющихся в нижней и верхней частях пластины, на величину

$$\Delta n = n_0^3 r_{63} E_z$$

Это вызовет отклонение светового пучка на угол

$$\varphi = \frac{L}{D} n_0^3 r_{63} E_z \quad (4.2.2)$$

где  $D$  – толщина пластины в направлении  $x$ . Так работает один из типов электрооптических дефлекторов.

Найдя по формуле (4.2.2) угол  $\varphi$ , увидим, что он довольно мал. Казалось бы, этот угол отклонения в дальнейшем можно увеличить, например, с помощью короткофокусной линзы, выпуклого зеркала малого радиуса или какого-нибудь другого хитроумного приспособления. На самом деле каждый оптический пучок имеет конечный угол расходимости и основной характеристикой дефлектора является не угол отклонения  $\varphi$ , а параметр  $N$ , показывающий, во сколько раз  $\varphi$  превышает  $\theta$ . Оценим наилучшую ситуацию, когда рассмотренный выше электрооптический дефлектор помещен в каустику гауссового пучка с размером пятна  $r_0 = D/2$ . Тогда из (4.2.2) получаем

$$N = \frac{\varphi}{\theta} = \frac{\pi L n_0^3 r_{63}}{2\lambda} E_z. \quad (4.2.3)$$

Из сопоставления этого выражения с (4.1.24), (4.1.25) получаем, что электрическое поле, которое на расстоянии  $L$  индуцирует разность фаз, равную  $\pi$ , позволяет получить  $N \approx 1$ , что эквивалентно отклонению пучка на диаметр его пятна.

Значительно более хорошими характеристиками обладают акустооптические дефлекторы. Их принцип работы основан на взаимодействии света со звуковыми волнами. Напомним, что звуковая волна представляет собой периодические изменения плотности вещества (или напряжения деформации), которые распространяются со скоростью звука  $v_s$ . Считая, что одинаковые атомы (молекулы) вносят одинаковый вклад в показатель преломления, получаем, что изменение плотности среды приводит к прямо пропорциональному изменению ее показателя преломления  $n$ . На самом деле в кристаллах вследствие анизотропии их свойств фотоупругие эффекты описываются тензором пьезооптических коэффициентов  $\pi_{ij}$  (4.1.8), но в первом приближении можно считать, что изменение показателя преломления  $\Delta n$  пропорционально корню квадратному из акустической мощности, поскольку последняя пропорциональна квадрату амплитуды волны.

Рассмотрим акустическую волну, распространяющуюся в направлении  $z$  в среде со скоростью  $v_s$ . Пусть она приводит к изменению показателя преломления

$$\Delta n(z, t) = \Delta n \cdot \sin(\Omega_s t - K_s z), \quad (4.2.4)$$

где  $\Omega_s / K_s = v_s$ , а  $K_s = 2\pi / \Lambda$ . На эту среду под небольшим углом  $\varphi_1$  к направлению  $x$  падает плоская световая волна (рис. 4.7).

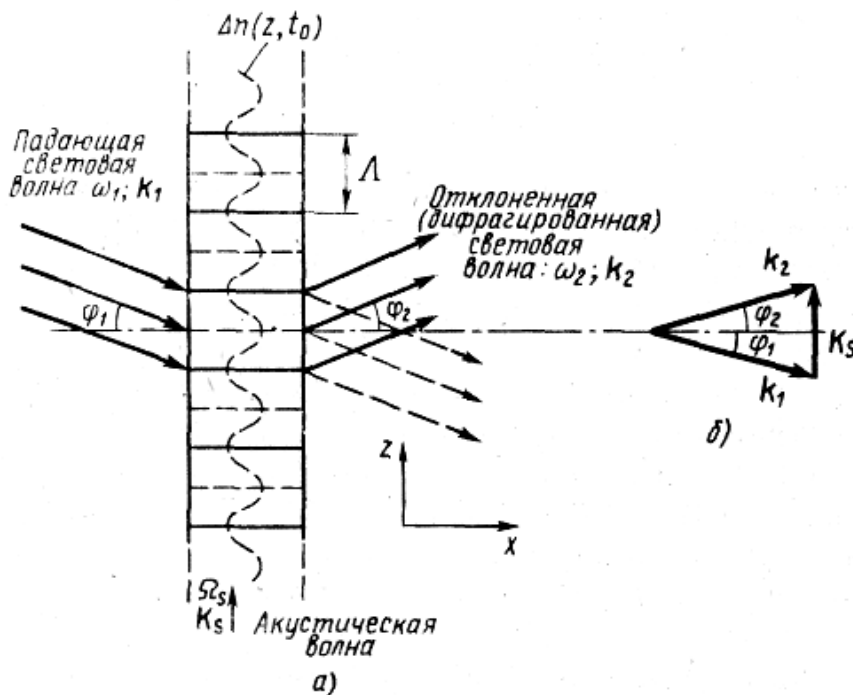


Рис. 4.7. Взаимодействие света с акустической волной и принцип работы акустооптического дефлектора

Для акустической волны в образце может быть создан как режим бегущей волны, так и режим стоячей волны. Но поскольку  $v_s \ll c$ , то свет не будет замечать перемещения акустической волны. Поэтому мы можем оперировать «замороженной» акустической волной в момент времени  $t_0$ . Области максимального сжатия на рис. 4.7 показаны горизонтальными сплошными линиями. В них наблюдается увеличение  $n$ . В областях разрежения, обозначенных горизонтальными пунктирными линиями, показатель преломления уменьшается. В результате мы имеем дифракционную решетку, при падении



на которую световая волна будет отклоняться, если выполнены условия дифракции. Получим эти условия, используя для разнообразия не волновой подход, как это делается обычно, а корпускулярный. В этом случае падающую и дифрагированную световые волны представим как поток фотонов с энергиями  $\hbar\omega_1$  и  $\hbar\omega_2$  и волновыми векторами  $k_1$  и  $k_2$ , а акустическую волну – как поток фононов с энергией  $\hbar\Omega_s$  и волновым вектором  $K_s$ . Тогда дифракция света на акустической волне может быть рассмотрена как ряд столкновений, приводящих с определенной вероятностью к исчезновению одного падающего фотона ( $\omega_1; \vec{k}_1$ ) и одного фонона ( $\Omega_s; \vec{k}_s$ ) с одновременным испусканием нового (дифрагированного) фотона ( $\omega_2; \vec{k}_2$ ). Этот процесс будет возможен, если выполняются законы сохранения энергии и волнового вектора, т. е. если выполнены условия:

$$\omega_2 = \omega_1 + \Omega_s, \quad (4.2.5)$$

$$\vec{k}_2 = \vec{k}_1 + \vec{K}_s. \quad (4.2.6)$$

Поскольку  $\omega_1 \gg \Omega_s$ , то

$$\omega_1 \approx \omega_2 \quad ; \quad \lambda_1 \approx \lambda_2,$$

и так как  $L \gg \lambda_1 \gg \lambda_2$ , то волновые векторы (но не их направления):

$$|\vec{k}_2| \approx |\vec{k}_1| \gg |\vec{K}_s|. \quad (4.2.7)$$

Эти соотношения показывают, как сделать акустооптический дефлектор. Световая волна должна быть почти перпендикулярна акустической волне, возбуждаемой в материале с большими значениями пьезооптических коэффициентов. Угол падения и угол выхода световой волны определяются из векторной диаграммы в правой части рис. 4.7. Поскольку  $|k_1| \approx |k_2|$ , то  $\varphi_1 \approx \varphi_2$  и эти углы малы. Из рис. 4.7 б находим

$$\sin \varphi_2 \approx \frac{K_s}{2|\vec{k}_1|} = \frac{\lambda}{2nL}, \quad (4.2.8)$$

где  $n$  – показатель преломления, а  $\lambda/n$  – длина световой волны в материале. Это условие можно записать

$$2L \sin \varphi = \lambda / n,$$

которое совпадает с условием дифракции Брегга на решетке с периодом  $L$ . Такая дифракция называется дифракцией Брегга. Она подобна дифракции рентгеновских лучей на кристаллах. Для оценки  $\varphi$  рассмотрим дифракцию света с  $\lambda = 1$  мкм на ультразвуковой волне с частотой 500 МГц. При скорости звука  $v_s = 3000$  м/с имеем  $L = v_s / \nu_s = 6$  мкм. Для  $n = 1,7$  получаем  $\varphi_2 = 5 \cdot 10^{-2}$  рад  $\approx 2,8^\circ$ .

Таким образом, если условие Брегга (4.2.8) выполнено, то диаграмма волновых векторов на рис. 4.8 замкнута и  $\varphi_1 = \varphi_2 = \varphi$ . Будем теперь изменять частоту ультразвуковой волны от  $\nu_s$  до  $\nu_s + \Delta\nu_s$ . Это приведет к изменению волнового вектора звуковой волны на

$$|\Delta K_s| = \frac{2\pi\Delta\nu}{v_s}.$$

Оставляем угол падения  $\varphi_1 = \varphi$  неизменным. Модуль волнового вектора дифрагировавшей световой волны в силу (4.2.7) также остается неизменным. Поэтому конец этого вектора движется по окружности, как показано пунктирной линией на рис. 4.8.

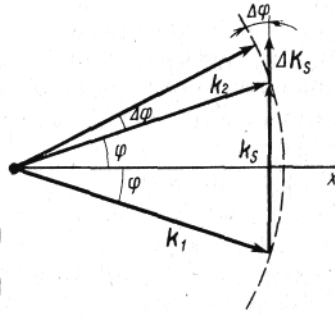


Рис. 4.8. Векторная диаграмма, поясняющая отклонение дифрагмированного светового пучка на угол  $\Delta\varphi$  при изменении частоты ультразвука от  $\nu_s$  до  $\nu_s + \Delta\nu_s$

Акустическая волна не является идеально плоской хотя бы в силу наличия границ раздела. Поэтому пучок дифрагирует в направлении, соответствующем наименьшему отклонению на угол  $\Delta\varphi$ , причем, как видно из рис. 4.8,

$$\Delta\varphi = \frac{\Delta K_s}{k} = \frac{\lambda}{nv_s} \Delta\nu_s. \quad (4.2.9)$$

Следовательно, мы реализовали акустооптический дефлектор, который осуществляет отклонение световой волны путем изменения частоты ультразвуковой волны, причем  $\Delta\varphi \sim \Delta\nu$ .

Как говорилось, для оптического дефлектора важное значение имеет не сам угол отклонения  $\varphi$ , а его превышение над углом дифракционной расходимости пучка  $\theta$ , которое показывает число возможных неперекрывающихся наложений отклоненного луча. Принимая угол дифракционной расходимости  $\theta_D \approx \lambda / (\pi D)$ , где диаметр пучка  $D$  определяется поперечными размерами модулятора, получаем

$$N = \frac{\Delta\varphi}{\theta_D} = \frac{\lambda\Delta\nu_s D}{v_s \lambda} = \Delta\nu_s \left( \frac{D}{v_s} \right) \quad (4.2.10)$$

или

$$N = \Delta\nu_s \tau, \quad (4.2.11)$$

где  $\tau$  – время установления акустического режима в объеме материала; оно равно времени прохождения звука через диаметр оптического пучка  $\tau = D / v_s$ . Очевидно, что это и есть его постоянная времени.

Выражение (4.2.11) хорошо известно в электронике. Оно дает максимальное число степеней свободы сигнала. В нашем случае значения  $\tau$  и  $\Delta\nu$  ограничены как физическими, так и техническими причинами. Увеличение  $\tau$  ограничено не только необходи-

мым быстродействием детектора, но и длиной акустооптического взаимодействия  $D$ , которое определяется поглощением акустических волн в материале. Расширение  $\Delta\nu$  также ограничено, ибо пьезоэлектрический преобразователь обычно имеет частотную характеристику с ярко выраженным резонансным пиком.

Оценим возможности акустооптического дефлектора, изготовленного из стекла (тяжелый флинт,  $\Delta\nu = 3100$  м/с;  $\pi = 1,9$ ). Пусть диаметр оптического пучка  $D = 1$  см, а  $\nu_s$  изменяется от 100 до 150 МГц. Тогда  $\tau = D / \nu_s = 3,2$  мкс и число разрешимых элементов  $N = 160$ , что существенно лучше, чем в электрооптическом дефлекторе, изображенном на рис. 4.6.

В выпускаемых промышленностью акустооптических дефлекторах число разрешаемых направлений достигает 1000 и более при постоянной времени  $\tau \approx 1$  мкс и эффективности  $\eta = (50...80)\%$ .

Для снижения акустической мощности, требуемой для работы дефлектора, как и в модуляторах, используют акустооптическое взаимодействие в тонких волноводных слоях.

### 4.3. Преобразователи частоты

Преобразователи частоты представляют собой устройства управления лазерным излучением, предназначенные для изменения его частоты (длины волны). Различают дискретные и непрерывные преобразователи частоты. Среди дискретных преобразователей выделяют умножители частоты, осуществляющие генерирование частот, кратных основной частоте лазерного излучения. Они называются генераторами гармоник.

Принцип действия большинства преобразователей частоты основан на использовании нелинейных оптических эффектов. Наибольшее распространение среди дискретных преобразователей получили: умножители частоты (генераторы гармоник); преобразователи частоты на основе вынужденного комбинационного рассеяния света (комбинационные лазеры) и преобразователи частоты вверх (генераторы суммарных частот). Из непрерывных преобразователей частоты интерес представляют прежде всего параметрические генераторы света, а также акустооптические и электрооптические модуляторы частоты. Остановимся на некоторых из этих приборов.

#### Генератор второй гармоники.

На нелинейный кристалл, ориентированный специальным образом, подается плоская линейно поляризованная световая волна, генерируемая лазером на частоте  $\omega$ . За счет процессов нелинейной поляризации кристалл преобразует эту волну во вторую гармонику, так что на выходе появляется излучение удвоенной частоты. В силу причин, которые мы рассмотрим в следующей главе, этот процесс будет эффективен лишь для достаточно интенсивного излучения. Поэтому нелинейный кристалл – удвоитель частоты желательно термостабилизировать и помещать внутри лазерного резонатора. Схема лазера с генератором второй гармоники, помещенным внутри резонатора, показана на рис. 4.9. Зеркала лазера  $R_1$  и  $R_2$  делаются непрозрачными для излучения на основной частоте  $\omega$ , т. е.  $R_1(\omega) = R_2(\omega) \approx 1$ . Коэффициент пропускания выходного зеркала на удвоенной частоте  $R_2(2\omega)$  подбирается так, чтобы обеспечить оптимальную связь. При выполнении этих условий коэффициент преобразования излучения во вторую гармонику может быть очень близок к 100%.

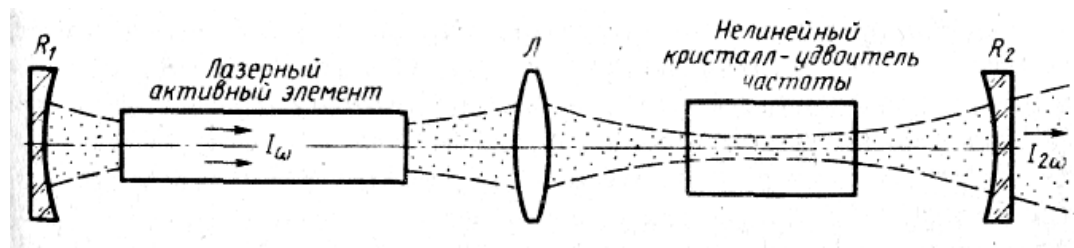


Рис. 4.9. Схема генератора второй гармоники с внутриврезонаторным расположением нелинейного элемента

По аналогичной схеме могут быть построены умножители частоты – генераторы третьей, четвертой и т. д. гармоник, но их эффективность существенно ниже.

Наиболее часто удвоители частоты используются совместно с твердотельными неодимовыми лазерами, излучающими на длине волны 1,06 мкм. Промышленность выпускает твердотельные лазеры на иттрий-алюминиевом гранате со встроенным внутри резонатора удвоителем частоты. Они излучают в зеленой области спектра на длине волны 0,53 мкм, т. е. вблизи максимума чувствительности глаза и в области прозрачности морской воды.

### Параметрические преобразователи частоты.

Принцип действия параметрических усилителей и генераторов света рассмотрен в следующей главе. Так же как и для удвоения частоты, для эффективного параметрического преобразования необходимо выполнить условие волнового синхронизма и обеспечить высокие плотности световой энергии на частоте накачки  $\omega_H$ . Плавная перестройка частоты осуществляется или поворотом нелинейного кристалла, или изменением его температуры. Наиболее часто в качестве задающего лазера, осуществляющего накачку параметрического усилителя или генератора, используют лазер на  $\text{Nd}^{3+}$  ( $\lambda_{\text{ген}}=1,06$  мкм). Для получения большего нелинейного эффекта излучение лазера накачки фокусируется в нелинейный кристалл, помещенный в термостат. При применении в качестве нелинейного элемента кристалла ниобата лития диапазон перестройки может быть от 0,55 до 3,6 мкм при изменении температуры кристалла от 50 до 450°C. Коэффициент преобразования достигает 40%.

Достижения в области создания мощных полупроводниковых гетеролазеров открывают новые возможности создания миниатюрных и эффективных параметрических генераторов света с плавной перестройкой частоты.

### Акустооптический модулятор частоты.

Его принцип действия вытекает из соотношения (4.2.5) и пояснен на рис. 4.10. Пьезоэлектрический элемент создает в оптической среде, выполняющей роль звукопровода, бегущую ультразвуковую волну с частотой  $\Omega$  и длиной волны  $\Lambda$ . Эта бегущая волна образует дифракционную решетку. При выполнении условия Вульфа – Брегга

$$\sin \theta_B = \lambda / 2\Lambda$$

происходит дифракция световой волны  $\lambda$  на ультразвуке. После прохождения такой решетки появляется несмещенная волна нулевого порядка дифракции и волна первого порядка дифракции, частота которой отличается от падающей  $\omega_1$  на  $\Omega_S$  согласно (4.2.5).

В зависимости от направления волновых векторов  $\vec{k}_1$  и  $\vec{K}_s$  она может быть  $\omega_1 + \Omega_s$  или  $\omega_1 - \Omega_s$ .

Основным элементом акустооптического модулятора частоты света является звукопровод, изготовленный из высококачественного оптического материала с хорошими акустооптическими характеристиками. Для света видимого, ближнего УФ- и ИК-диапазонов применяют стекло (тяжелый флинт), плавленый кварц, молибдат свинца ( $\text{PbMoO}_4$ ), парателлуриит ( $\text{TeO}_2$ ), в ИК-диапазоне – германий и др. Рабочие частоты модуляторов – от десятков МГц до ГГц. Относительная эффективность модулятора, определяемая как отношение интенсивности светового пучка в первом порядке дифракции к интенсивности падающего света, для промышленных устройств составляет 60...70%, достигая иногда 90% и выше. Мощность, затрачиваемая на управление модулятором, составляет единицы ватт. Понятно, что перестройка частоты осуществляется в очень узком диапазоне. Как правило, он используется в различного рода лазерных измерительных устройствах типа гетеродинных интерферометров и доплеровских измерителях скорости.

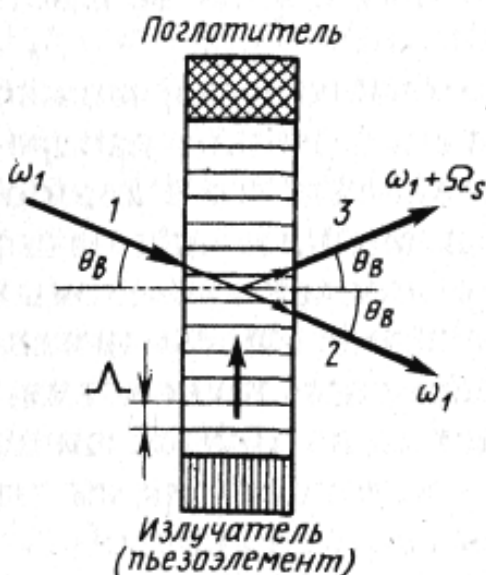


Рис. 4.10. Акустооптический модулятор частоты:  
1 – падающий световой пучок; 2 – прошедший пучок (нулевой порядок дифракции);  
3 – дифрагированный пучок, смещенный по частоте (первый порядок дифракции)

#### Люминесцентный преобразователь частоты.

Это преобразователь частоты, действие которого основано на вынужденном излучении, возникающем в люминесцирующем веществе при лазерной накачке.

### 4.4. Управляемые оптические системы

Простейшие оптические элементы, такие, как зеркала, линзы, призмы и т. п., осуществляют хорошо известные из классической оптики преобразования световых пучков. Профиль оптической поверхности (отражающей или преломляющей) задается функциональным назначением элемента. Развитие вычислительной техники привело к появлению оптических систем, управляемых компьютерами. Простейшим примером

такой системы является управляемое оптическое зеркало, выполненное в виде гибкой мембраны, поверхность которой может принимать ту или иную форму в зависимости от управляющих напряжений, приложенных к зеркалу. Такое гибкое зеркало, управляемое ЭВМ, позволяет по заданной программе сформировать необходимый волновой фронт светового пучка, изменять его во времени, менять интенсивность пучка и профиль его распределения в зоне фокусировки и т. п.

Оптические системы, управляемые от ЭВМ, способны решать новый класс задач лазерной техники, связанных с необходимостью пространственной модуляции фазы. Прежде всего это задачи компенсации фазовых искажений, возникающих вследствие каких-либо дефектов системы.

Изменяя профиль фазы когерентного светового поля, можно практически без потерь энергии сформировать заданное распределение интенсивности, в частности сфокусировать его в линию, в том числе в двумерную кривую. Предназначенные для этого устройства называются фокусаторами. Формирование световых пучков с требуемым пространственным распределением интенсивности является одной из важных задач лазерной технологии.

Разработка управляемых оптических систем находится лишь в начальной стадии развития. Но уже в настоящее время на основе методов нелинейной оптики созданы системы, способные управлять длительностью и формой сверхкоротких лазерных импульсов. С помощью специальных методов временной компрессии (сжатия) световых импульсов достигнуты предельно малые длительности световых импульсов, равные одному периоду световых колебаний и составляющие  $\tau \approx 10^{-14}$  с. Этот метод основан на самовоздействии света при его распространении в нелинейной среде, показатель преломления которой зависит от интенсивности.

### **Контрольные вопросы:**

1. Какие оптические эффекты используют при построении устройств управления лазерным излучением?
2. Какой из рассмотренных дефлекторов является более выгодным с точки зрения разрешающей способности?
3. Для чего в схеме электрооптического амплитудного модулятора устанавливается четвертьволновая пластинка?

## **5. Нелинейные оптические эффекты**

Под нелинейными процессами или эффектами в широком смысле понимают процессы или эффекты, нелинейно зависящие от интенсивности воздействия. Соответственно в оптике под нелинейными оптическими эффектами понимают эффекты, определяемые процессами, нелинейно зависящими от интенсивности света. Область оптики, которая исследует и применяет эти эффекты, называется нелинейной оптикой. Первые работы по нелинейной оптике были выполнены С. И. Вавиловым еще в 1930-х годах. В частности, в 1925 г. он наблюдал уменьшение поглощения света при увеличении его интенсивности (эффект просветления) в урановом стекле. В дальнейшем значительный вклад в развитие нелинейной оптики внесли русские (Р. В. Хохлов, С. А. Ахманов) и американские (П. Франкен, Н. Бломберген) ученые.

Нелинейные оптические эффекты обычно проявляются лишь в сильных световых полях, так что их детальное изучение и применение стало возможным только после создания лазеров. В современной квантовой и оптической электронике нелинейные эффекты широко используют для дискретной и плавной перестройки частоты излучения (сложение, умножение и параметрическое преобразование частот), детектирования оптических сигналов, управления световыми потоками и т. д.

### 5.1. Общие понятия

До сих пор в большинстве случаев считалось, что интенсивность взаимодействия оптического излучения с веществом пропорциональна интенсивности этого излучения, а характер взаимодействия не зависит от интенсивности. Например, число поглощенных фотонов пропорционально числу падающих фотонов, а поляризованность среды  $\vec{P}$ , вызванная электрическим полем световой волны, пропорциональна напряженности этого поля  $\vec{E}$ . Это означает, что предполагалась линейная связь между  $\vec{D}$  и  $\vec{E}$ ,  $\vec{B}$  и  $\vec{H}$ ,  $j$  и  $\vec{E}$  в уравнениях Максвелла (1.3). Величины  $\epsilon$ ,  $\mu$  и  $\sigma$  в (1.4) и (1.15.9), отражающие реакцию среды, считались не зависящими от  $\vec{E}$  и  $\vec{H}$ . Этот случай соответствует приближению линейной оптики.

Исходя из общих соображений, можно утверждать, что линейная зависимость одной физической величины от другой почти всегда является приближением, справедливым в более или менее ограниченной области. Хорошо известна, в частности, нелинейная связь между  $\vec{D}$  и  $\vec{E}$  в постоянном или низкочастотном поле. Наиболее отчетливо она проявляется у сегнетоэлектриков. На оптических частотах вклад в  $\epsilon$  дает лишь электронная и иногда ионная поляризация. Поскольку напряженность электрического поля в «обычной» (нелазерной) световой волне существенно меньше напряженностей внутриатомных или внутрикристаллических полей, приближение линейной оптики в этом случае вполне оправдано. Появление лазеров дало возможность получать световые пучки, напряженность электрического поля в которых достигает  $10^8$  В/см и более, т. е. сравнима с внутриатомными полями. Естественно, что в таких полях линейная связь между  $\vec{D}$  и  $\vec{E}$  должна нарушаться.

Так как в оптическом диапазоне  $\mu_r \approx 1$ , то нелинейные оптические эффекты могут определяться нелинейной связью между  $\vec{D}$  и  $\vec{E}$  (нелинейной поляризацией) или между  $j$  и  $\vec{E}$  (нелинейным поглощением).

Диэлектрическая проницаемость среды  $\epsilon$  определяется вектором поляризации  $\vec{P}$  и связана с относительной диэлектрической восприимчивостью  $\epsilon_r$  соотношениями

$$\vec{D} = \epsilon_0 \epsilon_r \vec{E} = \epsilon_0 \vec{E} + \vec{P}; \quad \vec{P} = \epsilon_0 \epsilon_r \vec{E}; \quad \epsilon_r = 1 + \epsilon_r. \quad (5.1.1)$$

В общем случае  $\epsilon_r = \epsilon_r(E)$ . Ограничиваясь для простоты скалярными соотношениями, можно записать

$$P = \epsilon_0 (\epsilon_1 E + \epsilon_2 E^2 + \epsilon_3 E^3 + \dots) \quad (5.1.2)$$

или

$$P = P_l + P_{nl},$$

где первое слагаемое  $\varepsilon_0 \alpha_1 E$  определяет линейную поляризацию  $P_l$  а остальные слагаемые – нелинейную поляризацию  $P_{нл}$ . Все коэффициенты  $\alpha_n$  не зависят от  $E$  и характеризуют свойства вещества.

Отношение каждого последующего члена ряда к предыдущему имеет порядок  $E/E_a$ , где  $E_a$  для электронной поляризации определяется напряженностью внутриатомного электрического поля:  $E_a \approx 10^8$  В/см. Именно поэтому в «обычном» световом поле, создаваемом «классическими» источниками, где  $E$  не превышает 10 В/см, нелинейными эффектами можно пренебречь. В среде, обладающей центром инверсии, в разложении (5.1.2) исчезнут все слагаемые с четными степенями по  $E$ . Действительно, для такой среды при любом  $E$  должно выполняться равенство  $P(-E) = -P(E)$ , что возможно лишь при  $\alpha_2 = \alpha_4 = \dots = 0$ . По этой причине в нелинейной оптике обычно используют кристаллы, не обладающие центром инверсии.

Рассмотрим для определенности среду, в которой существенна квадратичная нелинейность, т. е. ограничимся первым нелинейным членом в разложении (5.1.2):

$$P^{(2)} = \varepsilon_0 \alpha_2 E^2. \quad (5.1.3)$$

Пусть в среде распространяются две электромагнитные волны, начальные фазы которых для простоты считаем одинаковыми:

$$\begin{aligned} E_1(\vec{r}, t) &= E_0^{(1)} \cos(\omega_1 t - \vec{k}_1 \vec{r}), \\ E_2(\vec{r}, t) &= E_0^{(2)} \cos(\omega_2 t - \vec{k}_2 \vec{r}). \end{aligned} \quad (5.1.4)$$

Подставляя (5.1.4) в (5.1.3), получаем

$$\begin{aligned} P^{(2)} &= \varepsilon_0 \alpha_2 \left[ E_0^{(1)^2} \cos^2(\omega_1 t - \vec{k}_1 \vec{r}) + E_0^{(2)^2} \cos^2(\omega_2 t - \vec{k}_2 \vec{r}) + \right. \\ &\quad \left. + 2E_0^{(1)} E_0^{(2)} \cos(\omega_1 t - \vec{k}_1 \vec{r}) \cos(\omega_2 t - \vec{k}_2 \vec{r}) \right]. \end{aligned}$$

Используя известные тригонометрические соотношения  $\cos 2\alpha = 1/2 (1 - \cos 2\alpha)$  и  $\cos \alpha \cos \beta = 1/2 [\cos(\alpha+\beta) + \cos(\alpha-\beta)]$ , находим, что поляризация состоит из нескольких спектральных компонент с различными частотами:

$$\begin{aligned} P(2\omega_1) &= 0,5 \varepsilon_0 \alpha_2 E_0^{(1)^2} \cos(2\omega_1 t - 2\vec{k}_1 \vec{r}), \\ P(2\omega_2) &= 0,5 \varepsilon_0 \alpha_2 E_0^{(2)^2} \cos(2\omega_2 t - 2\vec{k}_2 \vec{r}), \\ P(\omega_1 + \omega_2) &= \varepsilon_0 \alpha_2 E_0^{(1)} E_0^{(2)} \cos((\omega_1 + \omega_2)t - (\vec{k}_1 + \vec{k}_2) \vec{r}), \\ P(\omega_1 - \omega_2) &= \varepsilon_0 \alpha_2 E_0^{(1)} E_0^{(2)} \cos((\omega_1 - \omega_2)t - (\vec{k}_1 - \vec{k}_2) \vec{r}). \end{aligned} \quad (5.1.5a-г)$$

и постоянного слагаемого, описывающего статическую поляризацию:

$$P(0) = 0,5 \varepsilon_0 \alpha_2 (E_0^{(1)^2} + E_0^{(2)^2}). \quad (5.1.5г)$$



Уменьшение скорости света в веществе и появление показателя преломления вызвано поляризацией среды под действием электрического поля световой волны. В линейном приближении волна поляризации вызывает излучение электромагнитной волны той же частоты, что и у падающей волны. В отсутствие поглощения волна переизлучается без потерь. При нелинейной поляризации, как видно из соотношений (5.1.5), волна поляризации имеет сложный вид и содержит члены с нулевой частотой (статическая поляризация), суммарной и разностной частотами, а также вторые гармоники основных частот. Эти компоненты нелинейной поляризации ответственны за излучение электромагнитных волн на частотах  $(\omega_1 + \omega_2)$ ,  $(\omega_1 - \omega_2)$ ,  $2\omega_1$  и  $2\omega_2$ . Это означает, что часть энергии падающей волны, которая идет на возбуждение нелинейной поляризации, будет переизлучаться на одной или нескольких частотах, отличных от основной.

Очевидно, если рассматривать следующие нелинейные члены в (5.1.2), например  $\propto_3 E^3$ , то в поляризации появятся более сложные комбинации частот, в том числе третьи гармоники:  $3\omega_1$ ,  $3\omega_2$  и т. д.

Таким образом, в основе нелинейной оптики лежат нелинейные соотношения, приводящие к нелинейности всей системы уравнений, описывающих распространение световых волн в веществе. Каждый нелинейный оптический процесс условно можно представить себе состоящим из двух этапов: сначала свет большой интенсивности вызывает нелинейный отклик среды, а затем эта реакция среды нелинейным образом изменяет оптические поля. Первый этап описывается материальными уравнениями, а второй – уравнениями Максвелла. Следствием этой нелинейности является невыполнение принципа суперпозиции волн. Распространяясь в такой среде, световые волны взаимодействуют друг с другом, что проявляется в обмене энергией между разными волнами, появлении одних волн за счет ослабления других и т. д. С квантовой точки зрения это означает, что фотоны, распространяясь в нелинейной среде, могут взаимодействовать друг с другом, причем взаимодействие происходит через нелинейную поляризацию среды.

### 5.1.1. Генерация гармоник и условие фазового синхронизма

Рассмотрим для определенности генерацию второй гармоники. Схема опыта для наблюдения генерации второй гармоники, т. е. удвоения частоты оптического излучения, показана на рис. 5.1. Мощное лазерное излучение на частоте  $\omega$ , проходя через фильтр, поступает на нелинейный оптический элемент, в качестве которого могут быть использованы различные диэлектрические кристаллы. За счет нелинейной квадратичной поляризации, возбуждаемой лазерной волной на частоте  $\omega$ , в кристалле возникает волна поляризации с удвоенной частотой  $2\omega$ , которая в свою очередь генерирует электромагнитную волну на частоте  $2\omega$ , отфильтровываемую от основной волны с помощью фильтра  $\Phi_2$ .

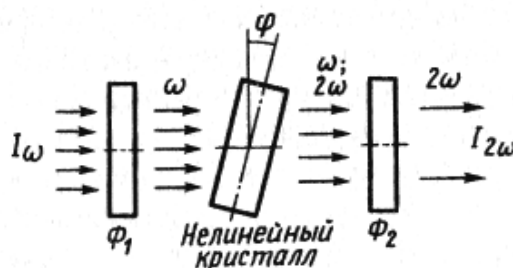


Рис. 5.1. Схема опыта для наблюдения удвоения частоты световой волны

Очевидно, возникновение волны поляризации с удвоенной частотой можно рассматривать с помощью соотношений (5.1.5), положив  $\omega_1 = \omega$ ,  $\omega_2 = 0$  или  $\omega_1 = \omega_2 = \omega$ .

Выразим волну поляризации на частоте  $2\omega$  не в тригонометрической форме, как в (5.1.5), а в показательной. Будем считать, что волна распространяется в направлении  $z$ . Тогда

$$P(2\omega) = P_0(z) \exp[i(2\omega t - 2k(\omega)z)], \quad (5.1.6)$$

где

$$k(\omega) = 2\pi/\lambda_\omega = \omega n(\omega)/c \quad (5.1.7)$$

– волновой вектор на частоте  $2\omega$ ;  $\lambda_\omega$ , – длина световой волны с частотой  $\omega$  в веществе;  $n(\omega)$  – показатель преломления на частоте  $\omega$ ;  $P_0$  – амплитуда поляризации при  $z=0$ .

Из соотношений (5.1.5) имеем  $P_0 = \varepsilon_0 \varepsilon_r E_0^2$ .

Генерируемую волной поляризации (5.1.6) электромагнитную волну можно записать в виде

$$E(2\omega) = E_0(z) \exp[i(2\omega t - k(2\omega)z)], \quad (5.1.8)$$

где волновой вектор для этой волны (на частоте  $2\omega$ )

$$k(2\omega) = 2\pi/\lambda_{2\omega} = 2\omega n(2\omega)/c. \quad (5.1.9)$$

Здесь  $E_0(z)$  – медленно изменяющаяся функция  $z$ , не зависящая от  $t$ ;  $n(2\omega)$  – показатель преломления на частоте  $2\omega$  (а не  $\omega$ , как в (5.1.7)). Считая, что поглощение на частотах  $\omega$  и  $2\omega$  в диэлектрике отсутствует, положим  $\sigma=0$ . Включая поляризационный член в уравнения Максвелла, имеем

$$\frac{\partial^2 E}{\partial z^2} - \varepsilon_0 \varepsilon_r \mu_0 \frac{\partial^2 E}{\partial t^2} = \mu_0 \frac{\partial^2 P}{\partial t^2}. \quad (5.1.10)$$

В этом соотношении учитывается движение связанных зарядов, т. е. поляризация. Здесь  $\varepsilon_r = n^2(2\omega)$  – относительная диэлектрическая проницаемость на частоте  $2\omega$ . Вводя величину  $\Delta n = n(2\omega) - n(\omega)$  и подставляя (5.1.6) и (5.1.8) в (5.1.10), получаем

$$\frac{\partial^2 E_0(z)}{\partial z^2} - i \frac{2\omega n(2\omega)}{c} \frac{\partial E_0(z)}{\partial z} = \mu_0 \omega^2 P_0 \exp\left(i2\omega z \frac{\Delta n}{c}\right). \quad (5.1.11)$$

Поскольку амплитуда  $E_0(z)$  слабо меняется на расстоянии длины волны, то в уравнении (5.1.11) можно пренебречь второй производной  $\partial^2 E_0(z)/\partial z^2$ . Тогда решение этого уравнения, удовлетворяющее граничному условию  $E_0(0) = 0$ , приобретает вид

$$|E_0(z)| = \frac{P_0}{2E_0 n \Delta n} \left[ \exp\left(i \frac{2\omega \Delta n}{c} z\right) - 1 \right]. \quad (5.1.12)$$

Амплитуда вектора напряженности электрического поля определяется модулем  $E_0(z)$ , и из (5.1.12) получаем

$$|E_0(z)| = \frac{P_0}{\varepsilon_0 n \Delta n} \sin\left(\frac{\omega \Delta n}{c} z\right). \quad (5.1.13)$$

Интенсивность волны на удвоенной частоте

$$I(2\omega) = \rho(2\omega)c = \varepsilon_0 c |E_0|^2 = \frac{P_0^2 c}{\varepsilon_0 n^0 (\Delta n)^2} \sin^2\left(\frac{\omega \Delta n}{c} z\right) \sim I(\omega)^2 \varkappa_2^2 \frac{1}{(\Delta n)^2} \sin^2\left(\frac{\omega \Delta n}{c} z\right). \quad (5.1.14)$$

Из этих соотношений видно, что амплитуда генерируемой волны изменяется с расстоянием по синусоидальному закону вследствие интерференции с поляризационной волной. Действительно, волна поляризации перемещается в среде со скоростью электромагнитной волны, возбуждающей эту поляризацию:

$$v_{\Pi} = v(\omega) = c/n(\omega), \quad (5.1.15)$$

а фазовая скорость световой волны на второй гармонике определяется показателем преломления на частоте  $2\omega$ :

$$v_{\Phi} = v(2\omega) = c/n(2\omega). \quad (5.1.16)$$

Волна второй гармоники получает свою энергию от основного излучения через волну поляризации (5.1.6). Обмен энергией между основной волной и ее второй гармоникой будет максимален, если разность фаз  $\Delta\varphi$  между волной поляризации и генерируемой на частоте  $2\omega$  электромагнитной волной сохранится на достаточно больших расстояниях. Для этого необходимо, чтобы  $v_{\Pi} = v_{\Phi}$ , т. е.

$$\Delta n = n(2\omega) - n(\omega) = 0. \quad (5.1.17)$$

При выполнении этого условия, как видно из (5.1.13), амплитуда напряженности электрического поля линейно возрастет с расстоянием

$$E_0(z) = \frac{\mu_0 c \omega P_0}{n} z. \quad (5.1.18)$$

Тогда с учетом  $P_0 \sim \varkappa_2 E_0^2(\omega)$  получаем, что интенсивность излучения на второй гармонике  $I(2\omega)$  пропорциональна квадрату интенсивности возбуждающей волны  $I(\omega)$ , квадрату оптической длины пути взаимодействия  $l$  и квадрату нелинейной восприимчивости  $\varkappa_2$ :

$$I(2\omega) \sim \varkappa_2^2 k^2(\omega) l^2 I^2(\omega). \quad (5.1.19)$$

В обычных случаях условие (5.1.17) не удается выполнить вследствие дисперсии показателя преломления света в веществе. Вне области поглощения  $n(2\omega) > n(\omega)$ , что соответствует нормальной дисперсии. Поэтому между волной поляризации и световой волной на частоте  $2\omega$  будет наблюдаться фазовый сдвиг, который на длине  $l$  равен

$$\Delta\varphi = l[k(2\omega) - 2k(\omega)]. \quad (5.1.20)$$

Фазовые соотношения считают нарушенными, когда сдвиг фаз  $\Delta\varphi \geq \pi/2$ . Длину  $l$ , при которой  $\Delta\varphi = \pi/2$ , т. е. длину, при которой фазовые соотношения можно условно считать сохраняющимися, в нелинейной оптике называют длиной когерентности:

$$I_{\text{ког}} = \frac{\pi}{2[k(2\omega) - 2k(\omega)]} \approx \frac{\lambda_{2\omega}}{2\Delta n}. \quad (5.1.21)$$

Из выражений (5.1.13), (5.1.14) видно, что при  $z=l_{\text{ког}}$  интенсивность второй гармоники достигает максимума. При дальнейшем увеличении  $l > l_{\text{ког}}$  происходит уменьшение  $E_0$  и  $I(2\omega)$  и последующие их осцилляции в соответствии с (5.1.13) и (5.1.14). Это иллюстрируется экспериментальными данными, представленными на рис. 5.2.

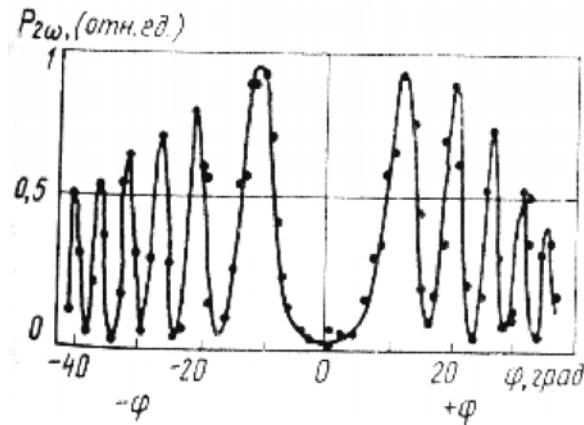


Рис. 5.2. Зависимость мощности второй гармоники от длины оптического пути  $l$ , пройденного световой волной в кристалле кварца (величина  $l$  изменялась за счет изменения угла наклона  $\varphi$  кварцевой пластинки относительно оси пучка лазера)

Из сказанного следует, что накопление нелинейных эффектов невозможно на расстояниях, больших  $l_{\text{ког}}$ . Даже если  $\Delta n = 0,01$ , то из (5.21) получаем для  $\lambda = 1 \text{ мкм}$   $l_{\text{ког}} \approx 50 \text{ мкм}$ . Естественно, что в такой малой области взаимодействия преобразовываться во вторую гармонику будет лишь очень незначительная часть основной волны. Чтобы осуществить эффективное преобразование мощности исходной волны во вторую гармонику, необходимо выполнить условия (5.1.16), (5.1.17), которые можно записать в виде

$$k(2\omega) = 2k(\omega). \quad (5.1.22)$$

При выполнении равенства (5.1.22)  $\Delta\varphi = 0$  и  $l_{\text{ког}} \rightarrow \infty$ . Поэтому условие (5.1.22), так же как и условия (5.1.16) и (5.1.17), называется условием фазового (волнового) синхронизма. При его выполнении наблюдается согласование фаз возбуждающей волны и ее второй гармоники и происходит наиболее эффективное преобразование. С квантовой точки зрения условие волнового синхронизма (5.1.22) представляет собой условие сохранения импульса для фотонов, участвующих в данном процессе:

$$\hbar k(2\omega) = \hbar k(\omega) + \hbar k(\omega) \quad (5.1.23)$$

Условие волнового синхронизма можно выполнить в анизотропном кристалле, используя взаимодействие волн с разной поляризацией. Рассмотрим одноосный кристалл, в котором наблюдается двойное лучепреломление. В таком кристалле показатель преломле-

ния, а следовательно, фазовая скорость волны зависят не только от частоты  $\omega$ , но и от поляризации. В одноосном кристалле для обыкновенной волны показатель преломления  $n_o$  не зависит от направления распространения. Сечения поверхностей показателя преломления для этой волны (сферы) дают окружность, как показано на рис. 5.3 для двух частот  $\omega$  и  $2\omega$ . При этом вследствие дисперсии  $n_o(2\omega) > n_o(\omega)$ . Для необыкновенной волны показатель преломления не зависит от направления распространения, так что поверхность показателя преломления для этой волны представляет собой эллипсоид.

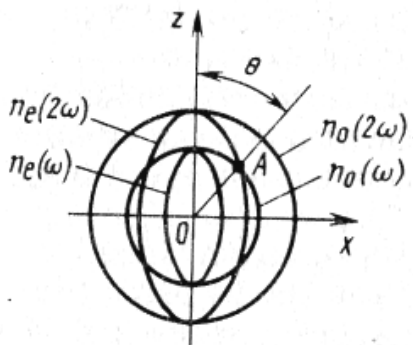


Рис. 5.3. Сечения поверхностей показателя преломления: сферы для обыкновенной волны  $n_o$  и эллипсоида для необыкновенной волны  $n_e$  в кристалле КДР для частоты рубинового лазера  $\omega$  и его второй гармоники  $2\omega$

Соответствующие сечения дают эллипсы, которые изображены на рис. 5.3 для двух частот  $\omega$  и  $2\omega$ . В направлении оптической оси (вдоль оси Oz на рис. 5.3) значения  $n_o$  и  $n_e$  совпадают. Случай, изображенный на рис. 5.3, соответствует оптически отрицательному кристаллу ( $n_e < n_o$ ).

Важным является то, что сечение поверхности показателя преломления для необыкновенной волны на частоте  $2\omega$  (эллипс  $n_e(2\omega)$ ) пересекает сечение поверхности показателя преломления для обыкновенной волны на частоте  $\omega$  (окружность  $n_o(\omega)$ ). В точке пересечения  $n_e(2\omega) = n_o(\omega)$ . Это означает, что для излучения, распространяющегося вдоль направления OA, составляющего угол  $\theta$  с оптической осью кристалла, фазовая скорость для обыкновенной волны на частоте  $\omega$  равна фазовой скорости для необыкновенной волны на частоте  $2\omega$ . Это направление называется направлением фазового (волнового) синхронизма. Очевидно, в одноосном кристалле совокупность таких направлений образует конус с вершиной в точке O и углом раствора  $\theta$ .

Таким образом, условие фазового синхронизма может быть реализовано в одноосном кристалле для волн различной поляризации, распространяющихся вдоль определенных направлений по отношению к оптической оси кристалла. В частности, для оптически отрицательного кристалла исходная возбуждающая волна на частоте  $\omega$  должна быть поляризована перпендикулярно оптической оси кристалла, а генерируемая волна на удвоенной частоте  $2\omega$  будет иметь поляризацию параллельно оптической оси.

Для эффективного удвоения частоты активная среда (кристалл) должна удовлетворять ряду жестких условий:

- 1) кристалл должен быть оптически прозрачен как на частоте  $\omega$ , так и на частоте  $2\omega$ ;
- 2) двойное лучепреломление ( $n_e - n_o$ ) должно быть достаточно большим, чтобы сечения  $n_o(\omega)$  и  $n_e(2\omega)$  для отрицательного кристалла или  $n_e(\omega)$  и  $n_o(2\omega)$  для положительного пересекались;
- 3) нелинейная восприимчивость  $\chi_2$  должна быть по возможности максимальной.

При соблюдении этих условий интенсивность второй гармоники для направления, совпадающего с направлением волнового синхронизма, будет определяться (5.1.19).

Перечисленным условиям наиболее полно удовлетворяют кристаллы дигидрофосфата калия  $\text{KN}_2\text{PO}_4$  (KDP), дигидрофосфата аммония  $\text{NH}_3\text{H}_2\text{PO}_4$  (ADP), ниобата лития  $\text{LiNbO}_3$ , танталата лития  $\text{LiTaO}_3$  и др. Укажем также, что показатели преломления для обыкновенной и необыкновенной волн могут иметь различные температурные зависимости, поэтому условие волнового синхронизма в ряде кристаллов может быть выполнено лишь в ограниченном температурном интервале.

Благодаря выполнению условия волнового синхронизма уже в настоящее время в кристаллах достигнут коэффициент преобразования лазерного излучения во вторую гармонику более 50%. Используя нелинейности более высокого порядка, можно получить излучение на третьей, четвертой и т. д. гармониках, т. е. осуществить эффективное преобразование (умножение) частоты лазерного излучения.

## **5.2. Параметрическое преобразование и параметрическая генерация света**

Из соотношений (5.1.5) видно, что в нелинейной среде возможны сложения и вычитания двух волн, приводящие к преобразованию частот. Пусть на нелинейную среду в направлении  $z$  падает мощная световая волна на частоте  $\omega_H$ , которую назовем волной накачки:

$$E_H = E_0^{(H)} \cos(\omega_H t - k_H z), \quad (5.2.1)$$

и одновременно две слабые волны

$$\begin{aligned} E_1 &= E_0^{(1)} \cos(\omega_1 t - k_1 z), \\ E_2 &= E_0^{(2)} \cos(\omega_2 t - k_2 z) \end{aligned} \quad (5.2.2)$$

с частотами  $\omega_1$  и  $\omega_2$ , удовлетворяющими соотношению

$$\omega_H = \omega_1 + \omega_2. \quad (5.2.3)$$

Пусть, как и ранее, поляризация среды обладает квадратичной нелинейностью (5.1.3). Тогда, подставляя (5.2.1) в (5.1.3), получим компоненты нелинейной поляризации на частотах  $\omega_1$  и  $\omega_2$ :

$$\begin{aligned} P(\omega_1) &= 0,5\varepsilon_0\alpha_2 E_0^{(H)} E_0^{(2)} \cos[\omega_1 t - (k_H - k_2)z], \\ P(\omega_2) &= 0,5\varepsilon_0\alpha_2 E_0^{(H)} E_0^{(1)} \cos[\omega_2 t - (k_H - k_1)z]. \end{aligned} \quad (5.2.4)$$

Эти соотношения указывают, что за счет взаимодействия волн на частотах  $\omega_H$  и  $\omega_2$  возникает переизлучение на частоте  $\omega_1$ , а за счет взаимодействия волн на частотах  $\omega_H$  и  $\omega_1$  – переизлучение на частоте  $\omega_2$ . Аналогично генерации второй гармоники для эффективного взаимодействия волны нелинейной поляризации  $P(\omega_1)$  со световой волной этой частоты  $\omega_1$  необходимо, чтобы фазовый сдвиг между ними сохранялся с расстоянием  $z$ . Это приводит к необходимости выполнения условия волнового синхронизма

$$\vec{k}_H = \vec{k}_1 + \vec{k}_2. \quad (5.2.5)$$

Такое же условие получается для частоты  $\omega_2$ .

Условие (5.2.5), как и (5.1.22), представляет собой условие сохранения импульса для фотонов, участвующих во взаимодействии, и в общем виде можно записать

$$\hbar\vec{k}_H = \hbar\vec{k}_1 + \hbar\vec{k}_2. \quad (5.2.6)$$

Отметим, что полученные ранее соотношения (5.1.22), (5.1.23) можно рассматривать как частный случай более общих соотношений (5.2.5), (5.2.6).

Условие синхронизма (5.2.5) может быть выполнено в анизотропном кристалле подобно тому, как это рассматривалось в параграфе 5.1. При этом направление волнового синхронизма ОА на рис. 5.3 будет зависеть от частот взаимодействующих волн.

Если условие синхронизма выполнено, то энергия волны накачки эффективно передается волнам с частотами  $\omega_1$  и  $\omega_2$ , которые усиливаются в нелинейной среде. Этот процесс аналогичен процессу параметрического преобразования частоты в радиотехнике и в оптике называется параметрическим преобразованием оптического излучения. Но в отличие от радиодиапазона параметрическое преобразование в оптике носит волновой характер, поэтому кроме обычной «частотной» настройки (5.2.3) требует соответствующей «волновой» настройки (5.2.5). Существенным является то, что в оптике все нелинейные эффекты развиваются не только во времени, но и в пространстве.

Поскольку нелинейная среда за счет параметрического преобразования способна усиливать излучение на частотах  $\omega_1$  и  $\omega_2$ , вводя положительную обратную связь путем помещения кристалла в оптический резонатор, можно получить генерацию света на этих частотах. Принцип действия параметрического генератора состоит в следующем (рис. 5.4). Нелинейный кристалл 1 помещают в оптический резонатор, создаваемый зеркалами 2. На кристалл действует мощная электромагнитная волна накачки на частоте  $\omega_H$ , распространяющаяся вдоль оптической оси резонатора ОО. В результате параметрического преобразования с превышением усиления над потерями (при выполнении условий самовозбуждения) в резонаторе возникает генерация на частотах  $\omega_1$  и  $\omega_2$ . Начальные сигналы обусловлены собственными флуктуациями (шумами) на частотах  $\omega_1$  и  $\omega_2$ , всегда присутствующими в системе.

Важно то, что частоту генерации в параметрическом генераторе света можно плавно изменять в широких пределах. Перестройку частоты генерации можно осуществлять, например, поворотом кристалла, как показано на рис 5.4.

При повороте кристалла, как видно на рис. 5.3, условие волнового синхронизма будет выполняться для другой совокупности длин волн (частот) излучения. Для перестройки частоты генерации параметрического генератора в принципе пригодны любые эффекты, приводящие к изменению оптической индикатрисы и направлений синхронизма. Кроме поворота кристалла возможна температурная перестройка. Можно также использовать электрооптические и фотоупругие эффекты.

Поскольку эффективное преобразование происходит лишь в мощном монохроматическом световом потоке, накачка параметрических генераторов обычно осуществляется лазерным излучением. КПД преобразования достигает 10%. В качестве нелинейных сред могут служить те же кристаллы, что и для генерации гармоник.

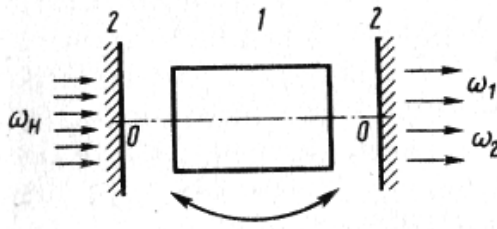


Рис. 5.4. Принцип действия параметрического генератора света:  
1 – нелинейный кристалл; 2 – зеркала резонатора

### 5.3. Прочие нелинейные эффекты

1. Из выражения (5.1.5 г) видно, что нелинейная поляризация и переизлученное поле содержат постоянную составляющую. Это означает, что в нелинейной среде происходит оптическое детектирование (оптическое выпрямление).

2. В нелинейной среде возможно осуществить так называемое параметрическое преобразование частоты вверх. Для этого мощное излучение накачки (обычно на частоте  $\omega_H$ , соответствующей видимому диапазону) в нелинейном кристалле смешивается с преобразуемым инфракрасным излучением частотой  $\omega_I$ . В результате параметрического преобразования на выходе получается сигнал с частотой  $\omega_H + \omega_I$  в видимой области спектра, который легко отфильтровывается от сигнала накачки. Таким способом возможно преобразовывать инфракрасное изображение (например, с  $\lambda = 10,6$  мкм) в видимое.

3. В сильном световом поле происходит изменение показателя преломления среды. Причины этого явления могут быть довольно разнообразными: высокочастотный эффект Керра, нелинейная добавка к показателю преломления за счет поляризуемости третьего порядка ( $\propto E^3$  (5.1.2)), нагрев среды лазерным лучом, электрострикция и т. д. В результате этих эффектов показатель преломления среды будет зависеть от распределения интенсивности распространяющейся волны по сечению луча. Обычно области максимальной интенсивности соответствует большая оптическая плотность (большее значение  $n$ ). Поэтому световой луч по мере распространения начинает втягиваться в эту область, где поле максимально. Это явление называется самофокусировкой верного излучения.

4. Поскольку напряженность электрического поля в мощной световой волне при ее фокусировке может достигать  $10^8$  В/см и более, т. е. превышать пробивную напряженность, при фокусировке лазерного излучения в газах, жидкостях или твердых телах возможен электрический пробой с образованием «световой искры». Этот эффект называется оптическим пробоем.

5. Эффект комбинационного рассеяния света по существу является нелинейным оптическим эффектом: в нелинейной среде световые волны могут взаимодействовать не только друг с другом, но и с молекулярными колебаниями. Последнее и приводит к комбинационному рассеянию света. Кроме обычного (спонтанного) комбинационного рассеяния, в сильно нелинейной среде при воздействии на нее мощного светового поля накачки возможно вынужденное комбинационное рассеяние, т. е. усиление и генерация на комбинационных частотах. С классической точки зрения вынужденное комбинационное рассеяние можно рассматривать как параметрический процесс, при котором за счет энергии волны накачки возбуждается «волна» молекулярных колебаний и когерентная световая волна стоксовой или антистоксовой частоты. Этот эффект может быть использован для дискретной перестройки частоты лазерного излучения.



6. Электромагнитная волна в кристалле может взаимодействовать также с колебаниями кристаллической решетки (фононами). Рассеяние световой волны на акустических колебаниях кристаллической решетки называется рассеянием Мандельштама – Бриллюэна. При большой интенсивности возбуждающей электромагнитной волны в нелинейной среде, кроме спонтанного рассеяния, возможно вынужденное комбинационное рассеяние Мандельштама – Бриллюэна. При этом одновременно с возбуждением когерентной световой волны происходит возбуждение когерентных акустических колебаний с частотой порядка  $10^{10}$  Гц (гиперзвук). Избыточное звуковое давление в поле лазерного луча может достигать нескольких тысяч мегапаскалей.

7. Кроме рассмотренных эффектов, связанных с нелинейной поляризуемостью среды, существуют нелинейные оптические эффекты, обусловленные нелинейным поглощением, т. е. эффекты, определяемые зависимостью показателя оптического поглощения  $k_\omega$  от интенсивности света. В частности, уменьшение показателя поглощения света при увеличении его интенсивности называется оптическим просветлением среды. Этот эффект вызван изменением населенностей уровней под действием внешнего излучения. На основе эффекта самопросветления работают так называемые пассивные модуляторы добротности лазеров.

8. При большой интенсивности света возможны процессы двухфотонного (в общем случае – многофотонного) поглощения. Сущность этих процессов сводится к следующему. Поглощая фотон  $\hbar\omega_1$ , атом из начального состояния  $E_n$  переходит в виртуальное состояние  $E_l$ . Взаимодействуя со вторым фотоном  $\hbar\omega_2$ , он переходит в состояние  $E_m$ . Если выполняется условие  $(\hbar\omega_1 + \hbar\omega_2) = E_m - E_n$ , то атом перейдет из одного стационарного состояния  $E_n$  в другое  $E_m$ . В частном случае  $\hbar\omega_1 = \hbar\omega_2$  имеем  $\hbar\omega_1 = (E_m - E_n)/2$ . Вероятность двухфотонных процессов пропорциональна квадрату интенсивности света и при обычных интенсивностях мала.

### **Контрольные вопросы:**

1. Сформулируйте условие волнового синхронизма.
2. Для чего может быть использован эффект появления гармоник в нелинейных кристаллах?
3. Почему наблюдение нелинейных оптических эффектов возможно только при больших интенсивностях излучения?

### **Список рекомендованной литературы**

1. Гольдштейн, Л. Д. Электромагнитные поля и волны / Л. Д. Гольдштейн, Н. В. Зернов. – М.: Советское радио, 1971.
2. Квантовая радиофизика: учебное пособие / под ред. В. И. Чижика. – СПб.: Изд-во СПб ун-та, 2004.
3. Бородин, П. М. Физические основы квантовой радиофизики / П. М. Бородин, В. В. Фролов, В. И. Чижик, А. В. Мельников. – Л.: Изд-во Ленинградского университета, 1985.
4. Бертен, Ф. Основы квантовой электроники / Ф. Бертен. – М.: Мир, 1971.
5. Пантел, Р. Основы квантовой электроники / Р. Пантел, Г. Путхоф. – М.: Мир, 1972.

## Оглавление

<b>Введение .....</b>	<b>3</b>
<b>1. Теоретические основы квантовой радиофизики .....</b>	<b>3</b>
1.1. Задача о частице в одномерной бесконечно глубокой потенциальной яме .....	3
1.2. Вероятность квантового перехода из состояния с энергией $\xi_m$ в состояние с энергией $\xi_n$ .....	5
1.3. Взаимодействие электромагнитного поля с веществом .....	8
1.4. Электродипольное взаимодействие .....	9
1.5. Вероятность перехода в случае некогерентной волны.....	11
1.6. Взаимодействие теплового излучения с квантовой системой.....	13
1.7. Спонтанное излучение .....	13
1.8. Условие существования излучения в квантовой системе.....	15
Контрольные вопросы .....	17
<b>2. Квантовые генераторы.....</b>	<b>18</b>
2.1. Принципы работы лазера .....	18
2.2. Квантовый генератор на пучке молекул аммиака.....	23
2.3. Квантовый генератор на пучке атомов водорода.....	30
2.4. Цезиевый стандарт частоты и времени.....	32
2.5. Полупроводниковые лазеры .....	35
Контрольные вопросы .....	50
<b>3. Ядерный магнитный резонанс.....</b>	<b>50</b>
3.1. Ядерный магнитный резонанс на молекулярных и атомных пучках .....	51
3.2. Источники магнитного поля .....	53
3.3. Методы наблюдения ядерного магнитного резонанса .....	56
Контрольные вопросы .....	65
<b>4. Приборы управления лазерным излучением .....</b>	<b>66</b>
4.1. Электрооптические, магнитооптические и пьезооптические эффекты .....	66
4.2. Дефлекторы.....	78
4.3. Преобразователи частоты.....	83
4.4. Управляемые оптические системы .....	85
Контрольные вопросы .....	86
<b>5. Нелинейные оптические эффекты.....</b>	<b>86</b>
5.1. Общие понятия.....	87
5.2. Параметрическое преобразование и параметрическая генерация света .....	94
5.3. Прочие нелинейные эффекты .....	96
Контрольные вопросы .....	97
<b>Список рекомендованной литературы .....</b>	<b>97</b>

Учебное издание

**Афонин** Антон Александрович

## **Квантовая радиофизика**

*Учебное пособие*

Редактор, корректор М. Э. Левакова

Верстка И. Н. Иванова

Подписано в печать 15.10.09. Формат 60×84 <sup>1</sup>/<sub>8</sub>.

Бум. офсетная. Гарнитура "Times New Roman".

Усл. печ. л. 11,62. Уч.-изд. л. 5,16.

Тираж 100 экз. Заказ

Оригинал-макет подготовлен в редакционно-издательском отделе  
Ярославского государственного университета им. П. Г. Демидова.

150000, Ярославль, ул. Советская, 14.

Отпечатано на ризографе.

